Viktige diskre sann. fordeling

- Binomisk
- Hypergeometrisk
- Negativ binomisk
- Poisson

Viktige kontinuerlig sann. fordeling

- Uniform
- Normal
- Eksponensiell
- Gamma
- (Kikvadrat)
- (T-fordeling)

Viktige sanns. fordeling

For hver fordeling vi har:

- Forklart “hvor den kommer fra”
- Forklart parametrene
- Regn forventning og varians
- Sett på relasjoner mellom stok. variabler

Funksjoner av stokastiske variabler (Kap 7)

- Funksjon av **en** SV:
  - Vi vet fordeling til X, hva er fordeling til $Y = u(X)$? ($u(\cdot)$ er én-entydig)
- Funksjon av **flere** SV $X_1, \dots, X_n$ som er u.i.f (uavhengige og identisk fordelt)
  - Hva er fordeling til $\max(X_1, \dots, X_n)$ og $\min(X_1, \dots, X_n)$ (ekstremvariabler)?
  - Hva er fordeling til en lineærkombinasjon av $X_1, \dots, X_n$?

Løsninger

- **Direkte fra kumulativ fordeling** (i dag og neste gang)
  - Transformasjonformler (Kap 7.2: Teorem 7.1 og 7.3)
    for funksjoner av EN stokastisk variabel
  - Notat om "Ordningsvariabler og ektremvariabler"
    for flere uavhengige stokastiske variabler
- **Ved å gå i et annen verden (tilsvarende Laplace-transformasjon i Matte 4)** (neste gang)
  - Momentgenererende funksjon (Kap 7.3)
    for lineærkombinasjoner av flere uavhengige stokastiske variabler

Funksjoner av stokastiske variabler - Eksempel

- Vi vet fordeling av X, hva er fordeling til
  - $Y = aX + b$
  - $Y = X^2$
  - $Y = u(X)$
- Vi har allerede lært å regne $E(Y)$ og $\mathrm{Var}(X)$
- Vi har allerede brukt

  $Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$ når $X \sim N(\mu, \sigma)$

Transformasjon av discre SV: Eksempel

Et firma har i oppdrag å utbedre en bilvei. Arbeidet medfører sprengningsarbeidet, med risiko for ras. Fra basis kunskap om geologu i området antar det at sannsunlighet for ras $p = P(X = 1) = 0.15$. Her er stokastisk variabel $X = 1$ dersom det raser, mens $X = 0$ ellers.

Dersom det raser, blir kostnad (fra ufortutsett stenging,ndekking av skader etc.) 40 millioner nok. Dersom det ikke raser er ikke noe ekstra kostnader. Det er også mulig å legge om veien i anleggsperioden. Dette har en fast kostnad på 7 mill. nok.

Strategi A: sprenge utem omlegging av veien Strategi B: midlertidig omlegging av veien

Hva er fordeling til SV $Y =$"ekstra kostnader for firma"?

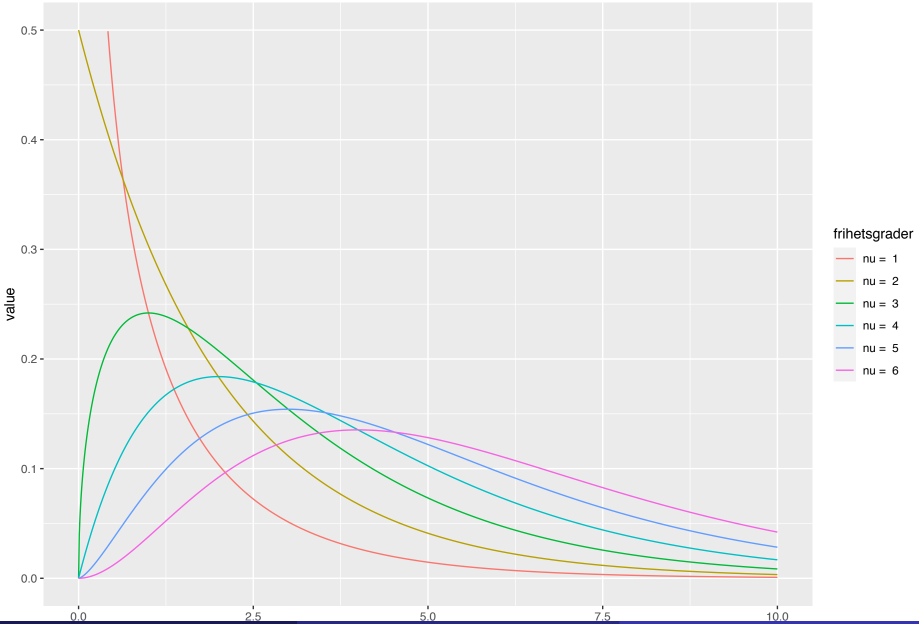
Teorem 7.1

La X vaere en diskre SV med sanns. fordeling $f(x)$. La $Y = u(X)$, en 1-1 transformasjon mellom X og Y, slik at $y = u(x)$ gir $x = w(y) = u^{-1}(y)$.

Da er sanns. fordeling til Y:

$$g(y) = f[w(y)]$$

Chi-kvadrat fordeling



Ektrem og ordnings variabler

- Jeg trekker en sample på 20 tilfeldig valgt personer fra en populasion, hva er sanns. for at den maksimale IQ-scoren er over grensa for medlemskap i Mensa?
- Jeg har en julelyskjeden mes 20 lys. Hva er forvented levetid til kjeden?
- Jeg trekker 10 personer fra en populasion og måler høyde, hva er fordeling til median-høyden?

Fordeling til odrningvariabler

Vi har $X_1, X_2, \dots, X_n$ u.i.f, $X_i \sim f_X(x)$ Vi er interessert i fordeling til $X_{(k)}$

$$F_{X_{(k)}(x)} = \text{Prob}(k \text{ eller flere} X_{i-er} \leq x)$$

Vi er i en binomisk situasjon

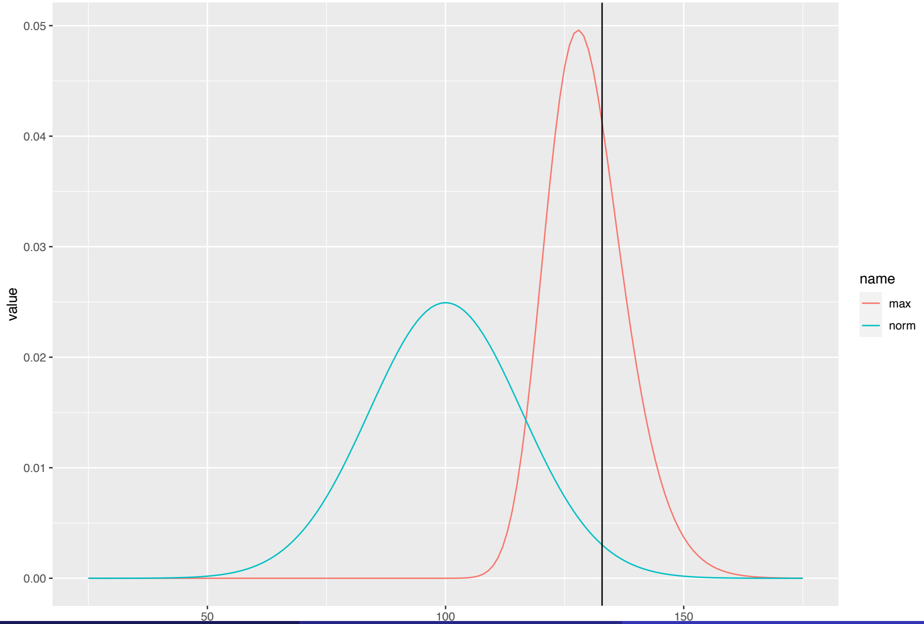
- n forsøk
- i hver forsøk er $p = P(X_i \leq x) = F_X(x)$
- de n forsør er uavhengig

$$F_{X_{(k)}} = \sum_{j=k}^{n} \binom{n}{j} [F_X(x)]^j [1 - F_X(x)]^{n-j}$$

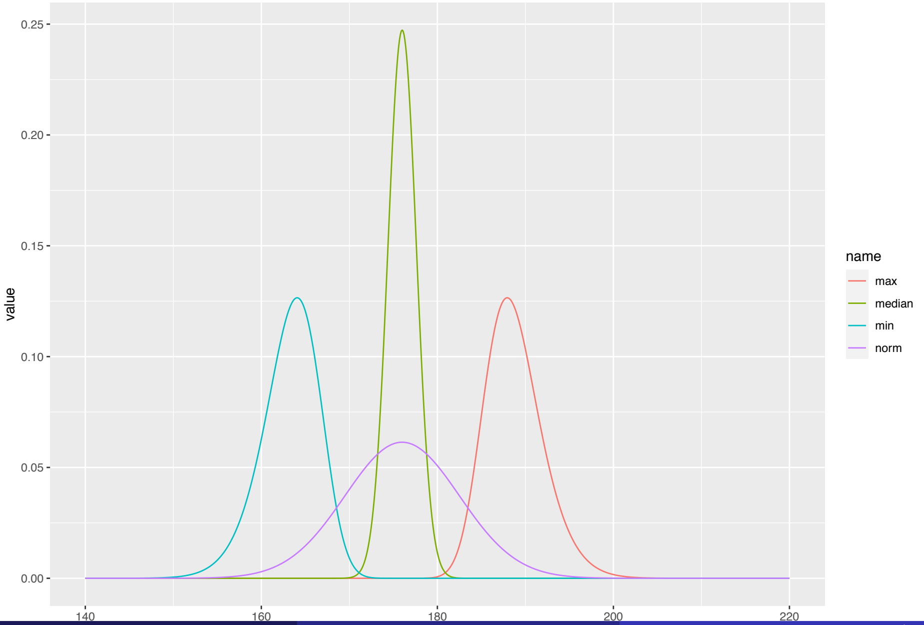
for kontinuerlig SV får vi:

$$f_{X_{(k)}} = n \binom{n-1}{k-1} [F_X(x)]^{k-1} [1 - F_X(x)]^{n-k} f_X(x)$$

Fordeling til $\max(X_1, \ldots, X_20)$ når $X_i \sim N(100, 16^2)$



Fordeling til min max og median til normal fordeling



Momenter