Konfidensintervall

- Definisjon: La $X_1, X_2, \ldots, X_n$ være et tilfeldig utvalg fra $f(x;\theta)$-populasjonen. Dersom

$$P(P\left(\widehat{\theta}_L(X_1, X_2, \ldots, X_n) \leq \theta \leq \widehat{\theta}_U(X_1, X_2, \ldots, X_n)\right) = 1 - \alpha$$

er

$$\left[\widehat{\theta}_L(x_1, x_2, \ldots, x_n), \widehat{\theta}_U(x_1, x_2, \ldots, x_n)\right]$$

et $(1-\alpha)\cdot 100\%$ konfidensintervall for θ.

Konfidensintervall

- Definisjon: La $X_1, X_2, \ldots, X_n$ være et tilfeldig utvalg fra $f(x;\theta)$-populasjonen. Dersom

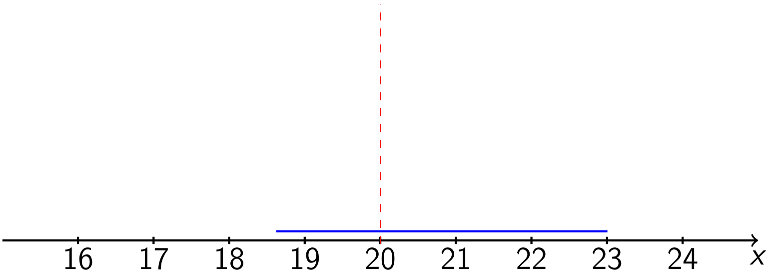
  $$P(P\left(\widehat{\theta}_L(X_1, X_2, \ldots, X_n) \leq \theta \leq \widehat{\theta}_U(X_1, X_2, \ldots, X_n)\right) = 1 - \alpha$$

  er

  $$\left[\widehat{\theta}_L(x_1, x_2, \ldots, x_n), \widehat{\theta}_U(x_1, x_2, \ldots, x_n)\right]$$

  et $(1-\alpha)\cdot 100\%$ konfidensintervall for θ.

- Tolkning:



Konfidensintervall

- Definisjon: La $X_1, X_2, \ldots, X_n$ være et tilfeldig utvalg fra $f(x;\theta)$-populasjonen. Dersom

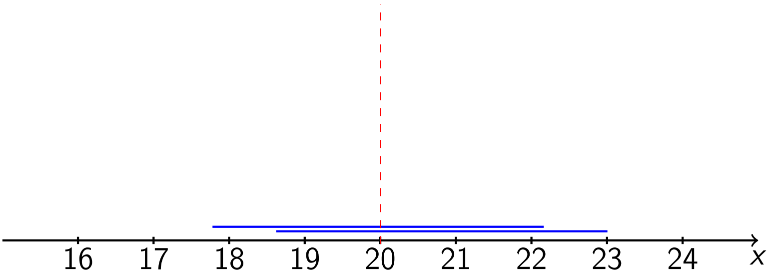
  $$P(P\left(\widehat{\theta}_L(X_1, X_2, \ldots, X_n) \leq \theta \leq \widehat{\theta}_U(X_1, X_2, \ldots, X_n)\right) = 1 - \alpha$$

  er

  $$\left[\widehat{\theta}_L(x_1, x_2, \ldots, x_n), \widehat{\theta}_U(x_1, x_2, \ldots, x_n)\right]$$

  et $(1-\alpha) \cdot 100\%$ konfidensintervall for θ.

- Tolkning:



Konfidensintervall

- Definisjon: La $X_1, X_2, \ldots, X_n$ være et tilfeldig utvalg fra $f(x;\theta)$-populasjonen. Dersom

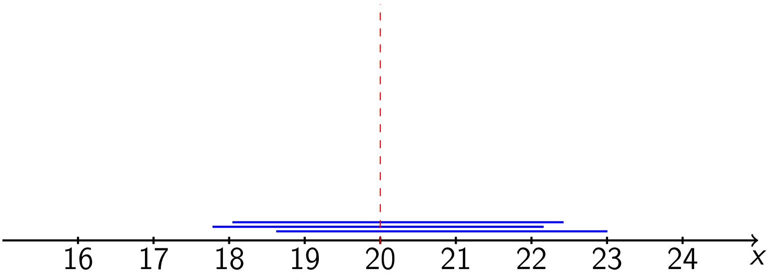
$$P(P\left(\widehat{\theta}_L(X_1, X_2, \ldots, X_n) \leq \theta \leq \widehat{\theta}_U(X_1, X_2, \ldots, X_n)\right) = 1 - \alpha$$

er

$$\left[\widehat{\theta}_L(x_1, x_2, \ldots, x_n), \widehat{\theta}_U(x_1, x_2, \ldots, x_n)\right]$$

et $(1-\alpha)\cdot 100\%$ konfidensintervall for θ.

- Tolkning:



Konfidensintervall

⋆ Definisjon: La $X_1, X_2, \ldots, X_n$ være et tilfeldig utvalg fra $f(x;\theta)$-populasjonen. Dersom

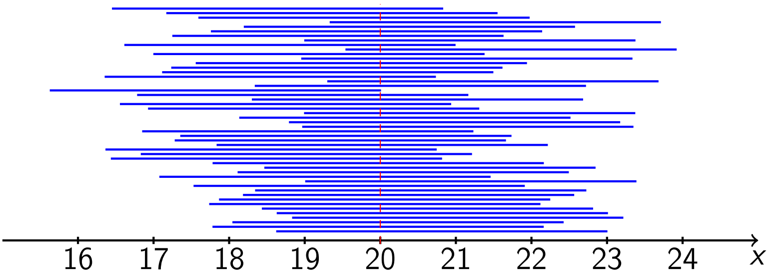
$$P(P\left(\widehat{\theta}_L(X_1, X_2, \ldots, X_n) \leq \theta \leq \widehat{\theta}_U(X_1, X_2, \ldots, X_n)\right) = 1 - \alpha$$

er

$$\left[\widehat{\theta}_L(x_1, x_2, \ldots, x_n), \widehat{\theta}_U(x_1, x_2, \ldots, x_n)\right]$$

et $(1-\alpha)\cdot 100\%$ konfidensintervall for θ.

⋆ Tolkning:



Utledning av konfidensintervall

- ⋆ Situasjon: Anta $X_1, X_2, \ldots, X_n$ tilfeldig utvalg fra $f(x;\theta)$-populasjonen. Ønsker $(1-\alpha)\cdot 100\%$ konfidensintervall for θ.

1) Estimator for θ: $\widehat{\theta}$

2) Sett $Z = h(\widehat{\theta}, \theta)$ der $h(\cdot,\cdot)$ er en funksjon (uten andre ukjente parametre enn θ) slik at Z har en kjent sannsynlighetsfordeling (uten ukjente parametre).

3) Dermed har vi at

$$P\left(z_{1-\frac{\alpha}{2}} \leq h(\widehat{\theta}, \theta) \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha.$$

4) Løs hver ulikhet med hensyn på θ (hver for seg), og sett deretter de to ulikhetene sammen igjen med θ i midten slik at man får

$$P\left(\widehat{\theta}_L(X_1, X_2, \ldots, X_n) \leq \theta \leq \widehat{\theta}_U(X_1, X_2, \ldots, X_n)\right) = 1-\alpha.$$

5) Konkluder: Et $(1-\alpha)\cdot 100\%$ konfidensintervall for θ er

$$\left[\widehat{\theta}_L(X_1, X_2, \ldots, X_n), \widehat{\theta}_U(X_1, X_2, \ldots, X_n)\right].$$

Tolkning av prediksjonsintervall

- Situasjon: Anta $X_1, X_2, \ldots, X_n$ tilfeldig utvalg fra $N(\mu, \sigma^2)$-populasjonen. Verdien til både μ og σ^2 er ukjente. La X_0 være verdien til en måling vi enda ikke har gjort, og anta at også $x_0 \sim N(\mu, \sigma^2)$ uavhengig av $X_1, X_2, \ldots, X_n$. Et $(1-\alpha) \cdot 100\%$-prediksjonsintervall for X_0 er da

$$\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i - t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\sqrt{s^2\left(1+\frac{1}{n}\right)}, \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i + t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\sqrt{s^2\left(1+\frac{1}{n}\right)}\right]$$

Tolkning av prediksjonsintervall

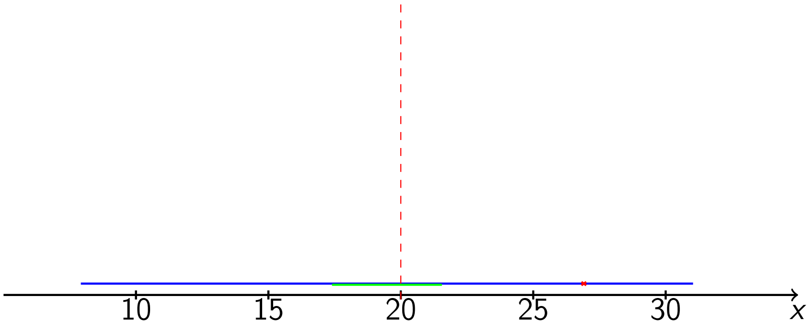
- ⋆ Situasjon: Anta $X_1, X_2, \dots, X_n$ tilfeldig utvalg fra $N(\mu, \sigma^2)$-populasjonen. Verdien til både μ og σ^2 er ukjente. La X_0 være verdien til en måling vi enda ikke har gjort, og anta at også $x_0 \sim N(\mu, \sigma^2)$ uavhengig av $X_1, X_2, \dots, X_n$. Et $(1-\alpha) \cdot 100\%$-prediksjonsintervall for X_0 er da gitt fra

$$P\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i - t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\sqrt{S^2\left(1+\frac{1}{n}\right)} \leq X_0 \leq \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i + t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\sqrt{S^2\left(1+\frac{1}{n}\right)}\right) = 1-\alpha$$

Tolkning av prediksjonsintervall

- ⋆ Situasjon: Anta $X_1, X_2, \ldots, X_n$ tilfeldig utvalg fra $N(\mu, \sigma^2)$-populasjonen. Verdien til både μ og σ^2 er ukjente. La X_0 være verdien til en måling vi enda ikke har gjort, og anta at også $x_0 \sim N(\mu, \sigma^2)$ uavhengig av $X_1, X_2, \ldots, X_n$. Et $(1-\alpha)\cdot 100\%$-prediksjonsintervall for X_0 er da gitt fra

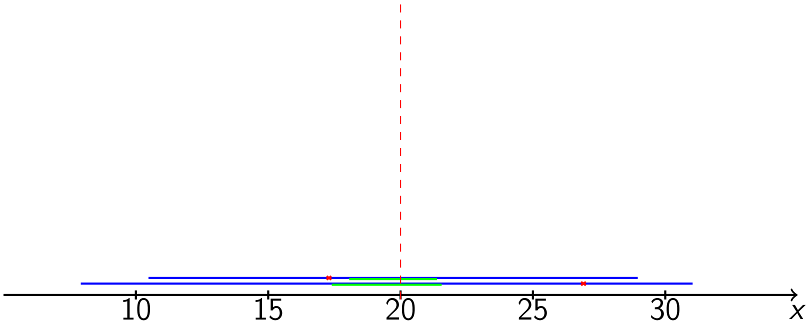
$$P\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i - t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\sqrt{S^2\left(1+\frac{1}{n}\right)} \leq X_0 \leq \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i + t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\sqrt{S^2\left(1+\frac{1}{n}\right)}\right) = 1-\alpha$$



Tolkning av prediksjonsintervall

- Situasjon: Anta $X_1, X_2, \ldots, X_n$ tilfeldig utvalg fra $N(\mu, \sigma^2)$-populasjonen. Verdien til både μ og σ^2 er ukjente. La X_0 være verdien til en måling vi enda ikke har gjort, og anta at også $x_0 \sim N(\mu, \sigma^2)$ uavhengig av $X_1, X_2, \ldots, X_n$. Et $(1-\alpha)\cdot 100\%$-prediksjonsintervall for X_0 er da gitt fra

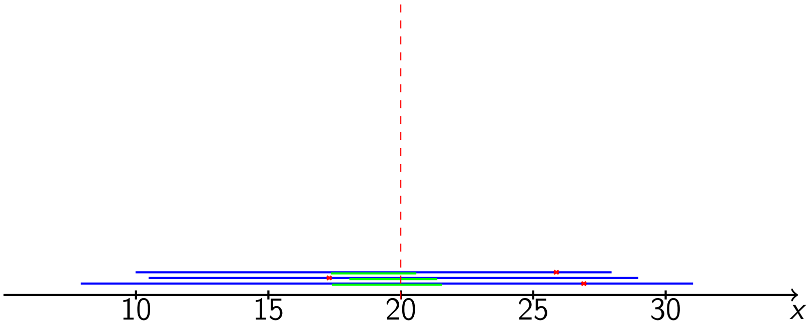
$$P\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i - t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\sqrt{S^2\left(1+\frac{1}{n}\right)} \leq X_0 \leq \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i + t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\sqrt{S^2\left(1+\frac{1}{n}\right)}\right) = 1-\alpha$$



Tolkning av prediksjonsintervall

- Situasjon: Anta $X_1, X_2, \ldots, X_n$ tilfeldig utvalg fra $N(\mu, \sigma^2)$-populasjonen. Verdien til både μ og σ^2 er ukjente. La X_0 være verdien til en måling vi enda ikke har gjort, og anta at også $x_0 \sim N(\mu, \sigma^2)$ uavhengig av $X_1, X_2, \ldots, X_n$. Et $(1-\alpha)\cdot 100\%$-prediksjonsintervall for X_0 er da gitt fra

$$P\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i - t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\sqrt{S^2\left(1+\frac{1}{n}\right)} \leq X_0 \leq \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i + t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\sqrt{S^2\left(1+\frac{1}{n}\right)}\right) = 1-\alpha$$



Tolkning av prediksjonsintervall

- ⋆ Situasjon: Anta $X_1, X_2, \ldots, X_n$ tilfeldig utvalg fra $N(\mu, \sigma^2)$-populasjonen. Verdien til både μ og σ^2 er ukjente. La X_0 være verdien til en måling vi enda ikke har gjort, og anta at også $x_0 \sim N(\mu, \sigma^2)$ uavhengig av $X_1, X_2, \ldots, X_n$. Et $(1-\alpha)\cdot 100\%$-prediksjonsintervall for X_0 er da gitt fra

$$P\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i - t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\sqrt{S^2\left(1+\frac{1}{n}\right)} \leq X_0 \leq \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i + t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\sqrt{S^2\left(1+\frac{1}{n}\right)}\right) = 1-\alpha$$