Repetisjon veke 38

<u>Litt om varians.</u>

$$\mathrm{Var}\left[X\right]=\mathrm{E}\left[\left(X-\mu\right)^2\right]=\mathrm{E}\left[X^2\right]-\mu^2$$

$$\mathrm{Var}\left[\sum_{i=1}^{n}a_iX_i\right]=\sum_{i=1}^{n}a_i^2\mathrm{Var}\left[X_i\right]+2\sum_{i<j}a_ia_j\mathrm{Cov}\left[X_i,X_j\right]$$

Binomisk fordeling

n uavhengige forsøk

Reg A / A'

P(A)=p i kvart forsøk

X= talet på gonger A skjer i n forsøk

$$P\left(X=x\right)=\binom{n}{x}p^x\left(1-p\right)^{n-x},\ x=0,1,\ldots,n$$

$$\mathrm{E}\left[X\right]=np,\ \mathrm{Var}\left[X\right]=np(1-p)$$

La Y=n-X = talet på gonger A' skjer. $X=x\Rightarrow Y=n-x$ og med $p=p_X$ og 1- $p=p_Y$ får vi

$$P\left(X=x\right)=P\left(X=x,Y=y\right)=\frac{n!}{x!y!}p_X^x\,p_Y^{\,y},\ x,y=0,1,\ldots,n$$

Multinomisk fordeling

$$\sum_{i=1}^{n}x_i=n,\ \sum_{i=1}^{n}p_i=1$$

$$P\left(X_1=x_1,X_2=x_2,X_3=x_3\right)=\frac{n!}{x_1!x_2!x_3!}p_1^{x_1}p_2^{x_2}p_3^{x_3},\ x_1,x_2,x_3=0,1,\ldots,n.$$

Hypergeometrisk fordeling

Den betinga fordeling for at A skjer i trekning i avheng av resultatet i tidlegare trekningar.

Situasjon. Populasjonen av storleik N fordeler seg i to grupper, k er av type A, N-k er av type A'. Trekker ut n. La X vere talet av type A.

$$P(X=x)=\frac{\binom{k}{x}\binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}},\ \max\{0,n-(N-k)\}\leq x\leq \min(n,k)$$

Binomisk forsøksrekkje

Uavhengige forsøk

Reg A/A'

P(A)=p i kvart forsøk

Geometrisk fordeling

X = talet på forsøk som må gjerast før A skjer for 1. gong

$$P(X=x)=(1-p)^{x-1}p,\ x=1,2,\dots$$

$$E[X]=\frac{1}{p},\ \mathrm{Var}[X]=\frac{1-p}{p^2}$$

Negativt binomisk

X = talet på forsøk som må gjerast før A skjer for r-te gong

$$P(X=x)=\binom{x-1}{r-1}p^r(1-p)^{x-r},\ x=r,r+1,\dots$$

$X = \sum_{i=1}^{r} X_i$ der kvar X_i er geometrisk fordelt med sannsyn p og uavhengige.

$$\mathrm{E}\left[X\right] = \frac{r}{p},\ \mathrm{Var}\left[X\right] = \frac{r(1-p)}{p^2}$$