

Plan for dagens undervisning

- ★ Regne på eksempler/situasjoner som inkluderer
 - sannsynligheter i poissonfordeling - bruk av tabell
 - regne på geometrisk og negativ binomisk fordeling
 - setning om total sannsynlighet
 - substitusjon for utregning av summer
 - sannsynligheter i normalfordeling

Poissonprosess of poissonfordeling

Definisjon (Poissonprosess)

En prosess $\{N(t); t \geq 0\}$ kalles en poissonprosess med intensitet λ hvis følgende krav er oppfylt

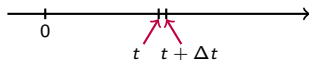
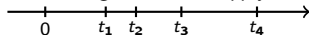
1. $N(0) = 0$.
2. For $0 \leq t_1 < t_2 \leq t_3 < t_4$ er $N(t_2) - N(t_1)$ og $N(t_4) - N(t_3)$ uavhengige.
3. For $t \geq 0$ og $\Delta t > 0$ har vi at

$$P(N(t + \Delta t) - N(t) = 1) = \lambda \Delta t + o(\Delta t),$$

$$P(N(t + \Delta t) - N(t) \geq 2) = o(\Delta t),$$

der hver $o(\Delta t)$ angir en funksjon som oppfyller

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{o(\Delta t)}{\Delta t} = 0.$$



Definisjon (Poissonfordeling)

La $N(t)$ være en poissonprosess med intensitet λ . Fikser en verdi $t > 0$ og la $X = N(t)$. Vi sier da at X er poissonfordelt med parameter λt .

Teorem (Punktsannsynlighet i poissonfordeling)

La X være poissonfordelt med parameter λt . Da er punktsannsynligheten til X gitt ved

$$f(x) = P(X = x) = \frac{(\lambda t)^x}{x!} e^{-\lambda t} \quad \text{for } x = 0, 1, 2, \dots$$

Geometrisk og negativ binomisk fordeling

Definisjon (Bernoulli forsøksrekke)

Anta at vi gjentar et stokastisk forsøk mange ganger. Vi sier da at vi har en Bernoulli forsøksrekke dersom

- ★ forsøket har to mulige utfall, som vi kaller henholdsvis «suksess» og «fiasko»,
- ★ utfallet av forsøkene er uavhengige,
- ★ sannsynligheten for suksess er lik (p) i alle forsøkene.

Definisjon (Negativ binomisk fordeling)

Anta at vi har en Bernoulli forsøksrekke hvor vi gjentar forsøket uendelig mange ganger, og la X være antall forsøk som må til for å få k suksesser. Vi sier da at X har en negativ binomisk fordeling med parametre p og k

- ★ Geometrisk fordeling ($k = 1$)

$$f(x) = P(X = x) = p(1 - p)^{x-1} \text{ for } x = 1, 2, \dots$$

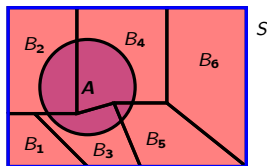
- ★ Negativ geometrisk fordeling

$$f(x) = P(X = x) = \binom{x-1}{k-1} p^k (1 - p)^{x-k} \text{ for } x = k, k + 1, \dots$$

Setningen om total sannsynligheter

★ For hendelser

- la A være en hendelse i et utfallsrom S
- la $B_1, B_2, \dots, B_n$ være partisjon av S



$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A|B_i)P(B_i)$$

★ For stokastiske variabler

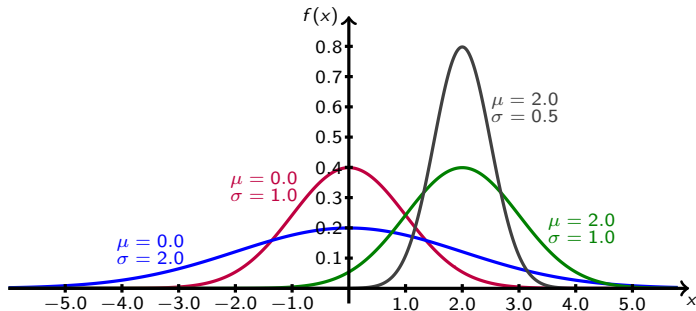
$$f_X(x) = \sum_y f_{X|Y}(x|y)f_Y(y) \quad (\text{diskret SV})$$

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X|Y}(x|y)f_Y(y) \quad (\text{kontinuerlig SV})$$

Normalfordeling

★ Sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{(x - \mu)^2}{\sigma^2} \right\}, -\infty < x < \infty$$



★ Kumulativ fordelingsfunksjon

$$F(x) = P(X \leq x) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{x - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$$