

TMA4240 - Høst 2023

Type I og Type II feil

- ★ Betrakt en hypotesetestingssituasjon
 - to mulige sannheter/hypoteser: H_0 mot H_1
 - to mulige konklusjoner: «forkast H_0 » og «ikke forkast H_0 »
- ★ Kan oppsummere disse mulighetene i en tabell

	H_0 er sann	H_1 er sann
Forkast H_0	Type I-feil	Korrekt
Ikke forkast H_0	Korrekt	Type II-feil

- ★ Merk:
 - vi kan ikke garantere oss mot feil konklusjon
 - kan *sørge* for lav sannsynlighet for feil konklusjon
 - hvilken type feil er mest alvorlig?

- ★ Sannsynlighet for type I-feil

$$\alpha = P(\text{Forkast } H_0 | H_0 \text{ sann})$$

- ★ Sannsynlighet for type II-feil

$$\beta = P(\text{Ikke forkast } H_0 | H_1 \text{ sann})$$

Oppgave 1

La X_1 og X_2 være u.i.f. med fordeling

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \in (\theta, \theta + 1) \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

Vi vil teste

$$\begin{cases} H_0 : & \theta = 0 \\ H_1 : & \theta > 0 \end{cases}$$

Vi har to forkastingsregler:

1. Forkast hvis $X_1 > 0.95$
 2. Forkast hvis $X_1 + X_2 > k$
- Finn type I feil for Regel 1

Oppgave 1

La X_1 og X_2 være u.i.f. med fordeling

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \in (\theta, \theta + 1) \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

Vi vil teste

$$\begin{cases} H_0 : & \theta = 0 \\ H_1 : & \theta > 0 \end{cases}$$

Vi har to forkastingsregler:

1. Forkast hvis $X_1 > 0.95$
 2. Forkast hvis $X_1 + X_2 > k$
- ▶ Finn type I feil for Regel 1
 - ▶ Finn testsyrke for Regel 1 når $\theta = \tau > 0$

Oppgave 1

La X_1 og X_2 være u.i.f. med fordeling

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \in (\theta, \theta + 1) \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

Vi vil teste

$$\begin{cases} H_0 : & \theta = 0 \\ H_1 : & \theta > 0 \end{cases}$$

Vi har to forkastingsregler:

1. Forkast hvis $X_1 > 0.95$
 2. Forkast hvis $X_1 + X_2 > k$
- ▶ Finn type I feil for Regel 1
 - ▶ Finn testsyrke for Regel 1 når $\theta = \tau > 0$
 - ▶ Finn k slik at begge regler har samme type I feil

Oppgave 1

Oppgave 3 Epledyrkeren fra Sogn

En bonde fra Sogn dyrker epler. Han pakker og selger eplene i det som betegnes '3-kilo-posere'. Det er selvsagt et helt antall epler i hver pose, så posene varierer nødvendigvis i vekt. En tilfeldig pose veier X kilogram, hvor X er normalfordelt med forventning μ og varians σ^2 . Betrakt μ som ukjent og la $\sigma^2 = 0.4^2$. Det er selvsagt ønskelig at forventningen μ er 3 kilogram.

Lageret til Rema 1000 på Sandmoen mottar et stort billass med '3-kilo-posere' med epler fra bonden. Innkjøpsavdelingen på Rema 1000 ønsker å kontrollere at posene er tunge nok. De tar et tilfeldig utvalg på $n = 3$ poser fra billasset, veier disse posene, og registrerer følgende vekter: X_1, X_2, X_3 . En rimelig estimator for forventet vekt μ er

$$\hat{\mu} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 X_i = \bar{X}.$$

Oppgave 1

Innkjøpsavdelingen ønsker å sikre seg at forventet vekt av posene, μ , er minst 3 kilogram. Statistikeren i avdelingen formulerer vektkontrollen som et hypotesetestingsproblem,

$$H_0 : \mu = 3 \text{ mot } H_1 : \mu < 3$$

og bruker signifikansnivå $\alpha = 0.05$ i en test med estimatoren $\hat{\mu}$ som testobservator.

- b)** Utled forkastningsområdet for $\hat{\mu}$ med hensyn til hypotesene definert over.

Oppgave 1

Innkjøpsavdelingen ønsker å sikre seg at forventet vekt av posene, μ , er minst 3 kilogram. Statistikeren i avdelingen formulerer vektkontrollen som et hypotesetestingsproblem,

$$H_0 : \mu = 3 \text{ mot } H_1 : \mu < 3$$

og bruker signifikansnivå $\alpha = 0.05$ i en test med estimatoren $\hat{\mu}$ som testobservator.

- b) Utled forkastningsområdet for $\hat{\mu}$ med hensyn til hypotesene definert over.
- c) Utled et uttrykk for styrkefunksjonen for testen som ble definert i punkt b).
Skisser grafisk hvordan styrkefunksjonen ser ut.

Dersom forventet vekt μ er på kun 2.9 kilogram, så ønsker statistikeren å avsløre at posene veier for lite med sannsynlighet minst 0.9. Regn ut hvor mange poser n det da må være i det tilfeldige utvalget som hentes fra billaset.