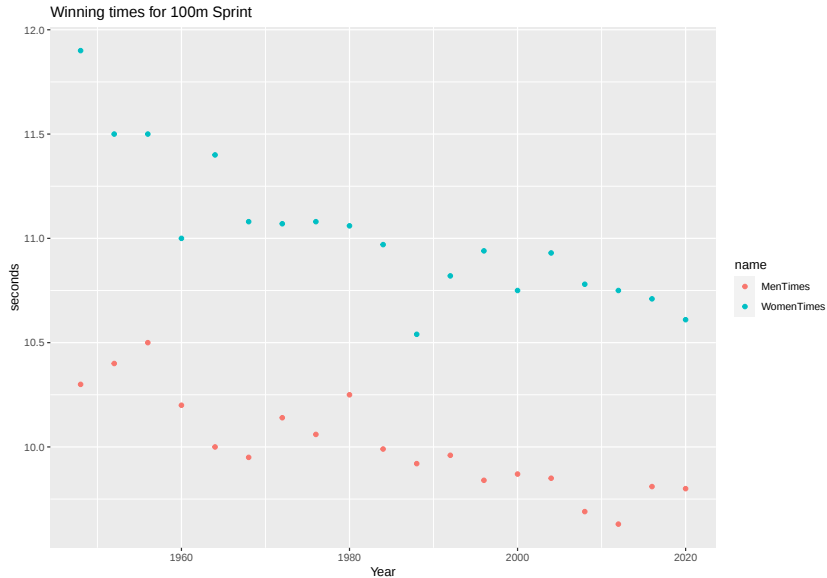


TMA4240 - Høst 2023

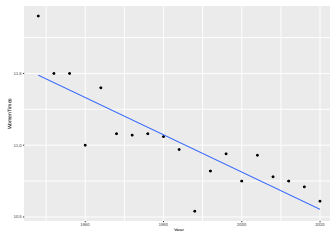
Linear Regresjon - Eksempel



Oppgave 1

Year	WomenTimes	MenTimes
1948	11.90	10.30
1952	11.50	10.40
1956	11.50	10.50
1960	11.00	10.20
1964	11.40	10.00
1968	11.08	9.95
1972	11.07	10.14
1976	11.08	10.06
1980	11.06	10.25
1984	10.97	9.99
1988	10.54	9.92
1992	10.82	9.96
1996	10.94	9.84
2000	10.75	9.87
2004	10.93	9.85
2008	10.78	9.69
2012	10.75	9.63
2016	10.71	9.81
2020	10.61	9.80

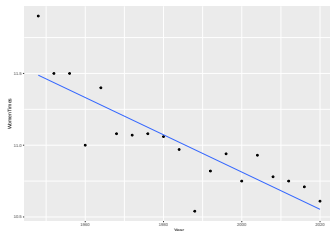
Oppgave 1 - Inferens om kvinner



$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i, \quad \epsilon_i \sim N(0, \sigma^2), \quad i = 1, \dots, n$$

- Bruk MLE for å estimere α , β

Oppgave 1 - Inferens om kvinner



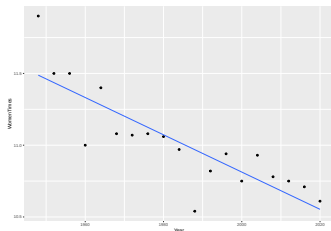
$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i, \quad \epsilon_i \sim N(0, \sigma^2), \quad i = 1, \dots, n$$

► Bruk MLE for å estimere α , β

$$n = 19, \sum(x_i) = 684, \sum x_i^2 = 3.3744 \times 10^4,$$

$$\sum Y_i = 209.39, \sum x_i Y_i = 7419.64.$$

Oppgave 1 - Inferens om kvinner



$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i, \quad \epsilon_i \sim N(0, \sigma^2), \quad i = 1, \dots, n$$

- Bruk MLE for å estimere α , β

$$n = 19, \sum(x_i) = 684, \sum x_i^2 = 3.3744 \times 10^4,$$

$$\sum Y_i = 209.39, \sum x_i Y_i = 7419.64.$$

- Utled en 95% KI for β . Du kan bruke, uten bevis, at $\frac{n-2}{\sigma^2} S^2 \sim \chi_{n-2}$ og at $\hat{\beta}$ og S^2 er uavhengige SV.

Oppgave 2

Anta at vi nå er interessert i å predikere tid Y_0 for et nytt år $x_0 = 2010$ der (x_0, Y_0) er uavhengig av $(x_1, Y_1), (x_2, Y_2), \dots, (x_n, Y_n)$.

Det er gitt at $\hat{\beta} = -0.013$ og $\alpha = 11.488$

- Hva er estimert tid for kvinner i 2010?

Oppgave 2

Anta at vi nå er interessert i å predikere tid Y_0 for et nytt år $x_0 = 2010$ der (x_0, Y_0) er uavhengig av $(x_1, Y_1), (x_2, Y_2), \dots, (x_n, Y_n)$.

Det er gitt at $\hat{\beta} = -0.013$ og $\alpha = 11.488$

- ▶ Hva er estimert tid for kvinner i 2010?
- ▶ Vis at

$$E(\hat{Y}_0 - Y_0) = 0$$

$$\text{Var}(\hat{Y}_0 - Y_0) = \sigma^2 \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right)$$

Du kan bruke at $\bar{Y}$ og $\hat{\beta}$ er uav. SV.

Oppgave 2

Anta at vi nå er interessert i å predikere tid Y_0 for et nytt år $x_0 = 2010$ der (x_0, Y_0) er uavhengig av $(x_1, Y_1), (x_2, Y_2), \dots, (x_n, Y_n)$.

Det er gitt at $\hat{\beta} = -0.013$ og $\alpha = 11.488$

- ▶ Hva er estimert tid for kvinner i 2010?
- ▶ Vis at

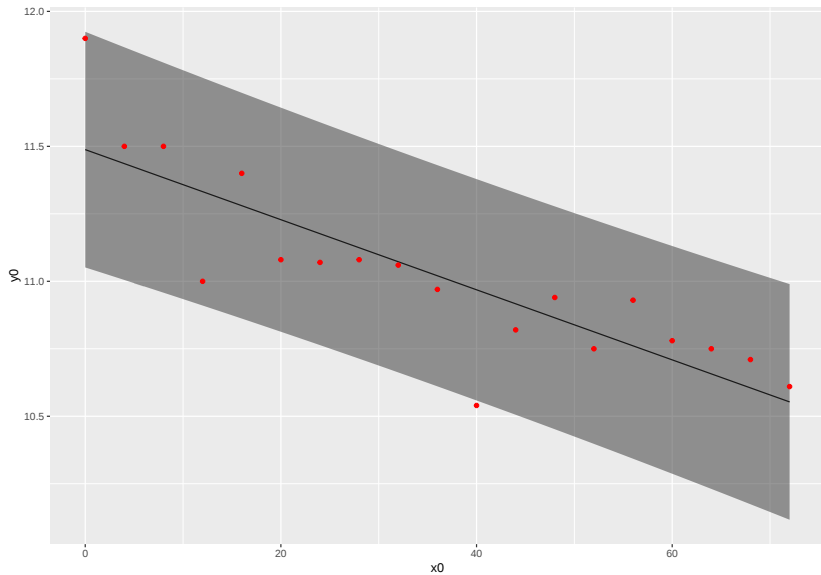
$$E(\hat{Y}_0 - Y_0) = 0$$

$$\text{Var}(\hat{Y}_0 - Y_0) = \sigma^2 \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right)$$

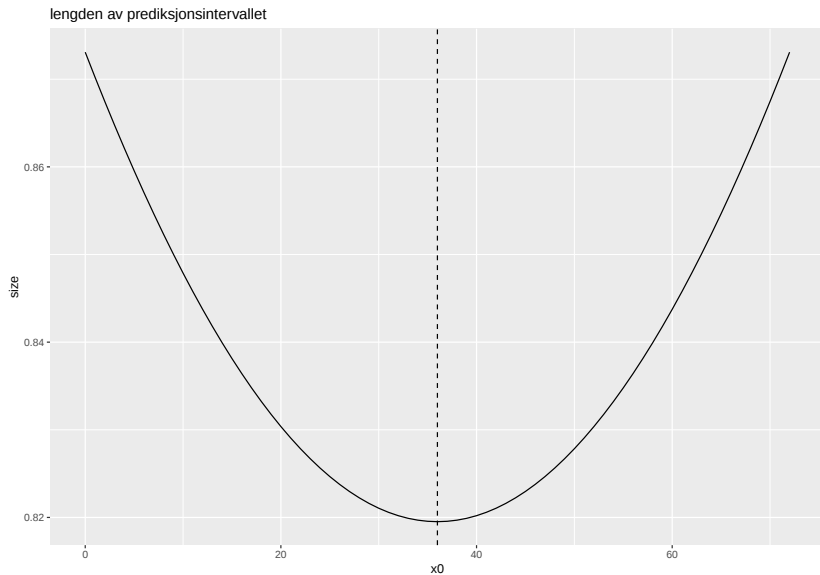
Du kan bruke at $\bar{Y}$ og $\hat{\beta}$ er uav. SV.

- ▶ Bruk dette for å uttrykke for et 95% prediksjonsintervall for en ny observasjon Y_0 gitt $x = x_0$.

Prediksjon intervallet

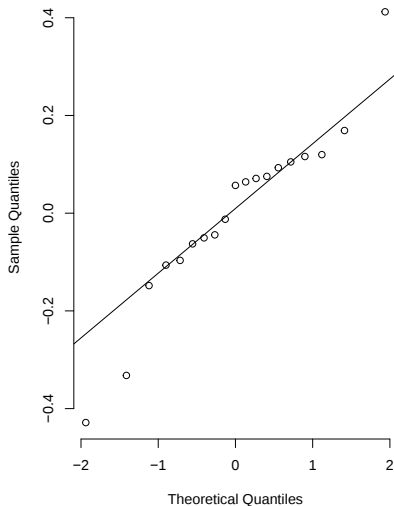
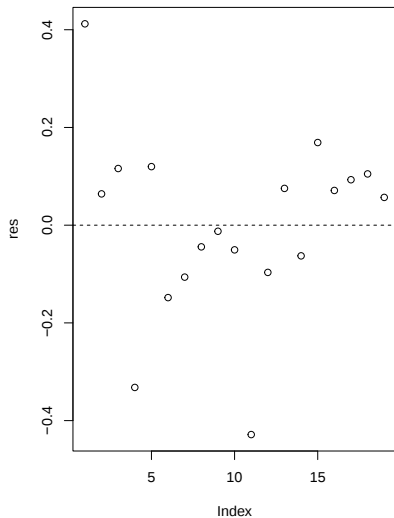


Prediksjon intervallet



Residualer

Normal Q-Q Plot



Extrapolation

