

TMA4240 - Høst 2023

Plan for idag

- ▶ Spørreundersøkelse
- ▶ Noe info om eksamen
- ▶ Regne på gamle eksamoppgaver

Avslutningsspørreundersøkelsen

Husk å svare på avslutningsspørreundersøkelsen

- ▶ Vi er interessent i deres tanker om TMA4240
- ▶ Dere kan hjelpe med å forbedre undervisningen neste semester

URL til spørreundersøkelsen: <https://nettskjema.no/a/380337>

- ▶ eventuelt: se melding på hjemmesiden til TMA4240

Om Eksamen: Tillatte hjelpemidler

- ▶ Tabeller og formler i statistikk
- ▶ Bestemt, enkel kalkulator
- ▶ Ett stemplet gult A5-ark med egne håndskrevne (skrevet rett på arket) formler og notater
 - ▶ du kan skrive på begge sider og med alle farge

Om Eksamen

- ▶ Husk å ta med tillatte hjelpemidler
- ▶ Vær ute i (veldig) god tid
- ▶ Alle deloppgaver (1a,1b,2a,2b,2c,3a,3b) teller like mye
 - alle er ikke like vanskelige
 - alle innebærer ikke like mye arbeid
- ▶ Faglærere går rundt på eksamen
 - ▶ det er lov å spørre om hva du vil
 - ▶ vi kan ikke svare på alle spørsmål
- ▶ Les oppgaveteksten nøye:
 - ▶ det er forskjell på “skriv opp” og “utled”
 - ▶ det er forskjell på “forklar” og “bevis”
- ▶ Skriv mellomregning slik at det er mulig å forstå hva du har gjort/hvordan du har tenkt — før besvarelsen fornuftig
- ▶ Skriv slik at det er mulig for andre å lese håndskriften din!
- ▶ Pass på at du besvarer (alle) spørsmålene

Oppgaver idag

- ▶ Sannsynlighets regning
- ▶ Sanns. tetthet
- ▶ Valg av estimator
- ▶ Test
- ▶ SME

Sannsynlighets regning (Nov 17)

To operasjonsavdelinger ved et sykehus i en større by har en felles oppfølgingsavdeling. Vi skal her kalle de to operasjonsavdelingene for henholdsvis avdeling A og avdeling B. Pasienter som er utskrevet fra sykehuset etter en operasjon ved en av de to avdelingene kan, hvis de ønsker det, oppsøke oppfølgingsavdelingen for videre veiledning og kontroller. Vi skal anta at antall ganger en pasient som er operert ved avdeling A oppsøker oppfølgingsavdelingen er poissonfordelt med forventningsverdi $\mu_A = 1.4$, og tilsvarende at antall ganger en pasient som er operert ved avdeling B oppsøker oppfølgingsavdelingen er poissonfordelt med forventningsverdi $\mu_B = 0.81$.

Vi skal også betrakte det som kjent at av alle pasienter som opereres ved de to avdelingene blir 66% operert ved avdeling A.

- a) Regn ut sannsynligheten for at en pasient som er operert ved avdeling A har ingen besøk hos oppfølgingsavdelingen.

Gitt at en pasient som er operert ved avdeling A har minst et besøk hos oppfølgingsavdelingen, regn ut sannsynligheten for at denne pasienten har mer enn to besøk hos oppfølgingsavdelingen.

Regn også ut sannsynligheten for at en tilfeldig valgt pasient har ingen besøk til oppfølgingsavdelingen.

]

Tetthet av SV (Des 09)

Oppgave 1

La X være en kontinuerlig fordelt stokastisk variabel med sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} k(4x + 1) & \text{for } x \in [0, 1], \\ 0 & \text{ellers,} \end{cases}$$

der k er en konstant.

- a) Regn ut hvilken verdi konstanten k må ha. Skisser $f(x)$.

]

Tetthet av SV

La også Y være en kontinuerlig fordelt stokastisk variabel, og la betinget sannsynlighetstetthet for Y gitt $X = x$ være gitt ved

$$f(y|x) = \begin{cases} \frac{4x+2y}{4x+1} & \text{for } y \in [0, 1], \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

b) Finn simultan sannsynlighetstetthet for X og Y .

Tetthet av SV

La også Y være en kontinuerlig fordelt stokastisk variabel, og la betinget sannsynlighetstetthet for Y gitt $X = x$ være gitt ved

$$f(y|x) = \begin{cases} \frac{4x+2y}{4x+1} & \text{for } y \in [0, 1], \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

b) Finn simultan sannsynlighetstetthet for X og Y .

Finn marginal sannsynlighetstetthet for Y .

Tetthet av SV

La også Y være en kontinuerlig fordelt stokastisk variabel, og la betinget sannsynlighetstetthet for Y gitt $X = x$ være gitt ved

$$f(y|x) = \begin{cases} \frac{4x+2y}{4x+1} & \text{for } y \in [0, 1], \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

b) Finn simultan sannsynlighetstetthet for X og Y .

Finn marginal sannsynlighetstetthet for Y .

Finn sannsynligheten

$$P(Y \leq X).$$

Valg av estimator (Nov 19)

4(a) Binomisk fordelte variabler

Innledning: Anta at vi har to uavhengige stokastiske variabler X og Y , der $X \sim b(x; n, p)$ og $Y \sim b(y; n, 2p)$. X er altså antall suksesser i n uavhengige forsøk der hvert forsøk har sannsynlighet p for å gi suksess, mens Y er antall suksesser i n andre uavhengige forsøk der hvert forsøk gir suksess med sannsynlighet $2p$.

4(b) Innledning: I resten av oppgaven skal vi anta at verdien av parameteren $p \in [0, 0.5]$ er ukjent og skal estimeres basert på X og Y . Følgende tre estimatore er foreslått,

$$\hat{p} = \frac{X+Y}{2n}, \quad \tilde{p} = \frac{X+Y}{3n} \quad \text{og} \quad p^* = \frac{X}{2n} + \frac{Y}{4n} \quad (1)$$

Oppgave:

- Hvilken av de tre estimatorene vil du foretrekke? Begrunn svaret.

Test (Nov 19)

4(d) Innledning: Anta så at vi ønsker å benytte X og Y til å teste

$$H_0 : p = 0.2 \text{ mot } H_1 : p > 0.2.$$

Vi skal i resten av oppgaven anta at n er stor nok til at man med god approksimasjon kan anta at X og Y er normalfordelte.

Oppgave:

- Ta utgangspunkt i den av de tre estimatorene i (1) du fant var best, velg en testobservator og bestem et (tilnærmet) forkastningskriterium når signifikansnivået velges som $\alpha = 0.05$. Hvis du ikke konkluderte med hvilken av de tre estimatorene i (1) som var best, kan du selv velge hvilken av estimatorene du vil ta utgangspunkt i.

Styrke (Nov 19)

4(e) Oppgave:

- Hvis man bruker signifikansnivå $\alpha = 0.05$ i hypotesetesten over, hvor stor må n velges for at man skal ha minst sannsynlighet 0.9 for å oppdage at H_0 er feil når $p = 0.25$?

SME estimator

4(c) Innledning: Anta at vi også ønsker å estimere p ved å benytte sannsynlighetsmaksimeringsprinsippet, fremdeles basert på X og Y .

Oppgave:

- Finn et uttrykk for log-rimelighetsfunksjonen for p , $l(p)$.
- Bestem hva estimatet for p blir ved å benytte sannsynlighetsmaksimeringsprinsippet når $n = 25$, og man observerer $x = 3$ og $y = 8$.