Statistikk: week 2, 2

Jo Eidsvik

Matematiske fag, NTNU

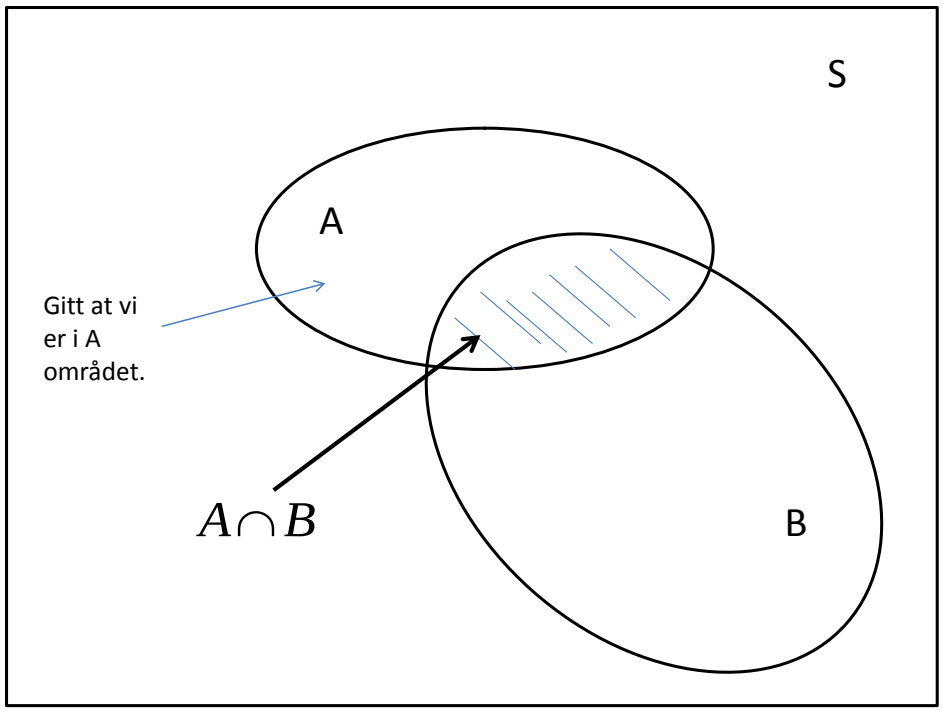
Betinget sannsynlighet

- Utfallsrom S = alle mulige enkelthendelser
- Begivenheter A, B delmengder av utfallsrommet.
- $P(B|A)$ = Sannsynligheten for begivenhet B, gitt at A har skjedd.

Definisjon

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Venn diagram



Betinget - betyr det noe

Plass	Lag	Kamper	Hjemme				Borte			
			V	U	T	Mål	V	U	T	Mål
1	Bodø/Glimt	20	7	3	0	28 - 8	6	2	2	20 - 9
2	Viking	20	7	3	1	22 - 12	3	3	3	15 - 13
3	Brann	19	5	2	2	12 - 8	5	4	1	20 - 14
4	Molde	19	5	2	3	23 - 14	5	2	2	14 - 7
5	Fredrikstad	20	3	5	2	10 - 11	5	2	3	15 - 10
6	Rosenborg	20	7	1	2	17 - 10	2	2	6	15 - 22
7	KFUM	19	1	5	4	9 - 15	5	3	1	15 - 9
8	HamKam	20	2	3	4	8 - 10	4	3	4	15 - 14
9	Tromsø	20	3	1	6	14 - 16	4	2	4	6 - 9
10	Strømsgodset	20	3	3	3	12 - 11	3	2	6	13 - 23
11	Sarpsborg 08	20	3	2	5	13 - 20	3	3	4	16 - 22
12	Kristiansund	18	4	3	1	15 - 11	1	3	6	8 - 15
13	Haugesund	20	4	0	6	7 - 11	2	3	5	14 - 19
14	Sandefjord Fotball	19	5	1	4	18 - 16	0	4	5	10 - 16
15	Lillestrøm	20	2	2	6	11 - 21	4	0	6	13 - 17
16	Odd	20	2	4	5	14 - 21	2	2	5	6 - 14

P(vinn|H)	P(vinn|B)	P(vinn)
0.7000	0.6000	0.6500
0.6364	0.3333	0.5000
0.5556	0.5000	0.5263
0.5000	0.5556	0.5263
0.3000	0.5000	0.4000
0.7000	0.2000	0.4500
0.1000	0.6250	0.3158
0.2222	0.3636	0.3000
0.3000	0.4000	0.3500
0.3333	0.2727	0.3000
0.3000	0.3000	0.3000
0.5000	0.1000	0.2778
0.4000	0.2000	0.3000
0.5000	0	0.2632
0.2000	0.4000	0.3000
0.1818	0.2222	0.2000

Definisjon

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$P(A \cap B) = P(B|A)P(A) = P(A|B)P(B)$$

Sannsynligheten for A og B sammen kan splittes i produktet av:

1. sannsynligheten for den ene
2. betinget sannsylighet for den andre, gitt den første.

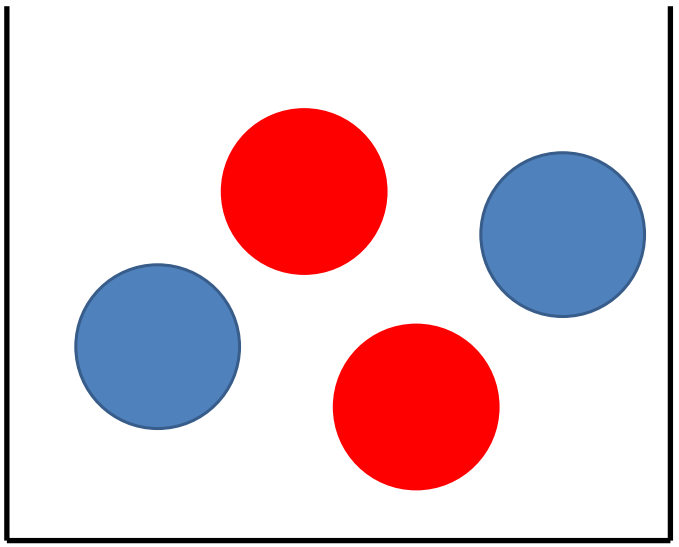
Definisjon: Uavhengighet

$$P(B|A) = P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(B|A)P(A) = P(B)P(A)$$

At A har skjedd betyr ingenting for sannsynligheten til B. Sannsynligheten for at de to skjer sammen er lik produktet av enkeltsannsynlighetene.

Eksempel: Trekning med/uten tilbakelegging



En urne har 2 røde og 2 blå baller.

Eksempel: Trekning med tilbakelegging

$A =$ første kule er rød. $B =$ andre kule er blå.
Strategi med tilbakelegging

- Trekker en tilfeldig kule og legger den tilbake. $P(A) = 1/2$.
- Trekker andre kule. $P(B|A) = 1/2$.

Sannsynligheten for rød og blå er konstante over flere trekninger.
Uavhengig av historie.

Eksempel: Trekning uten tilbakelegging

$A =$ første kule er rød. $B =$ andre kule er blå.
Strategi uten tilbakelegging

- Trekker en tilfeldig kule og legger den vekk. $P(A) = 1/2$.
- Trekker andre kule. $P(B|A) = 2/3$.

Sannsynligheten for rød og blå varierer over flere trekninger. **Avhengig av historie.**

Eksempel: Trekning med/ uten tilbakelegging

- Lotteri med vinnerlodd og taperlodd. Hvis få premier har gått, er det større vinnersjanse.
- Valgundersøkelser. Ringer til 1000, 4 mill i Norge. Med / uten tilbakelegging ca likt.

Bayes regel

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(A|B^c)P(B^c)}$$

Invers sannsynlighet. Vi vet $P(B)$, $P(A|B)$ og $P(A|B^c)$. Vi finner $P(B|A)$.

Bayes regel i bruk: sjelden sykdom

- B sjelden sykdom, $P(B) = 1/100 = 0.01$.
- A positiv test av sykdom.
  1. $P(A|B) = 0.95$. Gitt at vi undersøker en syk person, hvor sannsynlig er testen positiv.
  2. $P(A|B^c) = 0.1$. Gitt at vi undersøker en frisk person, hvor sannsynlig er testen positiv.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(A|B^c)P(B^c)}$$

Bayes regel: sjelden sykdom

Hvor god må testen bli for at vi skal slippe lav sannsynlighet for syk når positiv test?

