Statistikk

Jo Eidsvik

Matematiske fag, NTNU

Diskrete fordelinger

Stokastisk variabel X med endelig eller tellbart utfallsrom S.
Punktsannsynlighet $f(x)$.

$$\sum_{x \in S} f(x) = 1, \qquad f(x) \geq 0.$$

Her er $P(X = x) = f(x)$.

- Binomisk
- Hypergeometrisk
- Poisson

Kontinuerlige fordelinger

Stokastisk variabel X. Sannsynlighets**tetthet** $f(x)$.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1, \qquad f(x) \geq 0.$$

Her er $P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx$.

Kontinuerlige fordelinger

Stokastisk variabel X med kontiuerlig utfallsrom. Sannsynlighetstetthet $f(x)$.

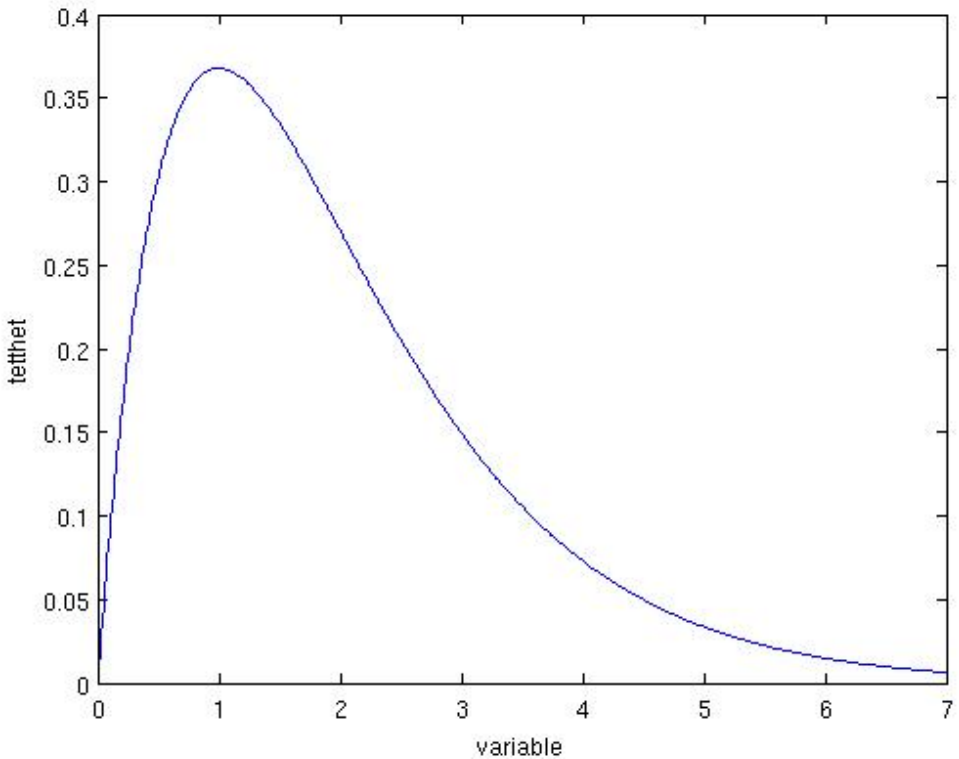
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1, \qquad f(x) \geq 0.$$

- Gaussisk (normalfordeling)
- Uniform
- Eksponensial
- Gamma
- Kji-kvadrat
- Student T

Plot av gammafordeling

Gammafordeling med $\alpha = 2$, $\beta = 1$.

$$f(x) = \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} \exp(-x/\beta)$$



Eksempel : ventetid til (første) buss

$\alpha = 1 \rightarrow$ exponentialfordeling, $\beta = 1/\lambda$.

$$f(x) = \frac{1}{\beta} \exp(-x/\beta)$$

Anta at $X =$ ventetiden til første buss kommer.

$$P(X > t) = 1 - \int_0^t f(x)dx = \exp(-\lambda t)$$

Eksempel : ventetid til (første) buss

Anta at $Y =$ antall busser som kommer i et tidsrom av lengde t. Y er Poissonfordelt med parameter λt.
Sannsynlighet for null busser i intervall:

$$P(Y = 0) = \frac{(\lambda t)^0}{0!} exp(-\lambda t) = \exp(-\lambda t)$$

Eksponensialfordelinger henger sammen med Poissonfordeling.

Eksponentialfordelingen er 'glemsom'

Anta at en levetid X er eksponensialfordelt. Da holder

$$P(X > s + t | X > s) = P(X > t) = e^{-\lambda t}$$

Eksponentialfordelingen og seriekobling

Levetiden til et system med n seriekoblede komponenter er:
$X = \min(X_1, X_2, \ldots, X_n)$.
Anta at alle n variable er uavhengige og eksponensialfordelt med parameter λ. Da holder:

$$P(X > t) = P(X_1 > t)P(X_2 > t)\ldots P(X_n > t) = e^{-\lambda t} \cdot e^{-\lambda t} \ldots e^{-\lambda t} = e^{-\lambda n t}$$

Dette er en eksponensialfordeling med parameter λn, $E(X) = \frac{1}{\lambda n}$.