

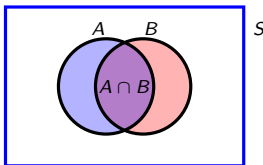
Betinget sannsynlighet og uavhengige hendelser

TMA4240/TMA4245 Statistikk

Institutt for matematiske fag
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Betinget sannsynlighet

- ★ Betinget sannsynlighet: Sannsynlighet under tilleggsinformasjon
- ★ Notasjon: $P(A|B)$ — sannsynligheten for A når vi vet at hendelsen B har skjedd



- ★ Tolk sannsynlighet som areal i venndiagram: $P(A) = \frac{\text{areal}(A)}{\text{areal}(S)}$

$$P(A|B) = \frac{\text{areal}(A \cap B)}{\text{areal}(B)} = \frac{\frac{\text{areal}(A \cap B)}{\text{areal}(S)}}{\frac{\text{areal}(B)}{\text{areal}(S)}} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Definisjon (Betinget sannsynlighet)

La A og B være hendelser i et utfallsrom S og anta $P(B) > 0$. Den betingede sannsynligheten for A gitt B er da

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

- ★ Multiplikasjonssetningen: $P(A \cap B) = P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)$

Uavhengige hendelser

- ★ Hva skal vi mene med at to hendelser A og B er uavhengige?

Betinget sannsynlighet:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Definisjon (Uavhengige hendelser)

To hendelser A og B er uavhengige hvis

$$P(A|B) = P(A).$$

Hvis ikke sies hendelsene A og B å være avhengige.

Multiplikasjonssetningen:

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$$

- ★ Merk: Dersom $P(A|B) = P(A)$ har vi også at

$$\begin{aligned} P(B|A) &= \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \\ &= \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)} \\ &= \frac{P(A)P(B)}{P(A)} \\ &= P(B) \end{aligned}$$

- ★ Kan tilsvarende vise at

$$P(A|B) = P(A) \quad \Leftrightarrow \quad P(B|A) = P(B)$$

- ★ Merk: Dersom A og B er uavhengige får vi

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B) = P(A)P(B)$$

Oppsummering

- ★ Har definert begrepene
 - betinget sannsynlighet
 - uavhengige hendelser
- ★ Har observert at
 - uavhengighet er en symmetrisk egenskap
 - multiplikasjonssetningen forenkles når hendelsene A og B er uavhengige

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$