

Estimering og stokastisk simulering

TMA4240/TMA4245 Statistikk

Håkon Tjelmeland

Institutt for matematiske fag

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

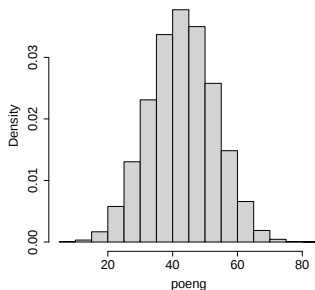
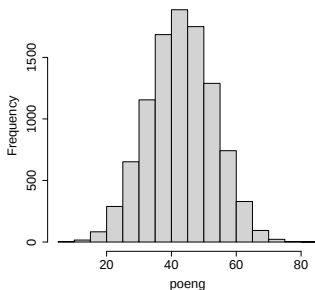
Sannsynligheten for bonus i tvungen yatzy

- ★ Simulerer yatzy $n = 10\,000$ ganger

- registrerer hver gang y_i , summen av poeng på enere, toere, ... og seksere
- registrerer hver gang

$$z_i = \mathbb{I}(y_i \geq 42) = \begin{cases} 1 & \text{hvis } y_i \geq 42, \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

- ★ Histogram over $y_i, i = 1, 2, \dots, 10\,000$



- ★ Sannsynligheten for bonus: $P(\text{bonus}) \approx \frac{5724}{10\,000} = 0.5724$

- ★ Ny terminologi og notasjon:

- ønsker å estimere $p = P(Y_i \geq 42)$
- (forventningsrett) estimator for p : $\hat{p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{I}(Y_i \geq 42)$
- estimat for p : $\hat{p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{I}(y_i \geq 42) = 0.5724$

Approximere en fordeling ved stokastisk simulering

- ★ Anta: Vi er interessert i

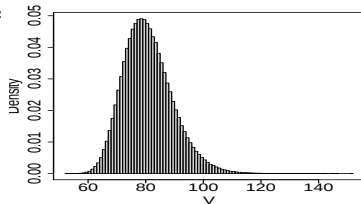
$$V = \frac{S}{T},$$

hvor $S \sim N(\mu_S, \sigma_S^2)$ og $T \sim N(\mu_T, \sigma_T^2)$ er uavhengige stokastiske variabler

- ★ Trenger tallverdier for μ_S , σ_S^2 , μ_T og σ_T^2
- ★ La $\mu_S = 40$, $\sigma_S^2 = 1^2$, $\mu_T = 0.5$, $\sigma_T^2 = 0.05^2$
- ★ Sannsynlighetshistogram for V
- ★ Approximert $E[V]$ og $\text{Var}[V]$

$$E[V] \approx 80.83$$

$$\text{Var}[V] \approx 8.59^2$$



- ★ Ny terminologi og notasjon:
 - ønsker å estimere $\mu = E[V]$ og $\sigma^2 = \text{Var}[V]$
 - (forventningsrette) estimatorer for μ og σ^2

$$\hat{\mu} = \bar{V} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_i \quad \text{og} \quad S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (V_i - \bar{V})^2$$

- estimat for μ og σ^2

$$\hat{\mu} = \bar{v} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i = 80.83 \quad \text{og} \quad s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (v_i - \bar{v})^2 = 8.59^2$$

Oppsummering

- ★ Ny formulering av approksimasjon ved hjelp av stokastisk simulering
 - ønsker å estimere
 - velger estimator (kan dermed evaluere egenskapene)
 - regner ut estimatet