

Hypotesetesting, hypoteser og testobservator

TMA4240/TMA4245 Statistikk

Håkon Tjelmeland

Institutt for matematiske fag

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Hypotesetestingssituasjonen

- ★ Har sett på to former for statistisk inferens
 - parameterestimering
 - konfidensintervall
- ★ Skal nå se på en situasjon hvor vi ønsker å ta en beslutning
- ★ Et eksempel:
 - interessert i andelen av defekte artikler, p , i et (stort) vareparti
 - produsenten lover at andelen defekte artikler er maksimalt $p_0 = 0.02$
 - verdien til p er ukjent
 - undersøker n tilfeldig valgte artikler
 - la X være antall av de n undersøkte artiklene som var defekte
 - forstår at $X \sim \text{binomisk}(n, p)$
 - ønsker å avgjøre om det er grunnlag for å påstå at verdien til p er større enn p_0
- ★ Et annet eksempel:
 - interessert i gjennomsnittlig systolisk blokktrykk blant kvinner med bestemt sykdom, μ
 - ønsker å vite om μ er høyere enn $\mu_0 = 120$ mmHg
 - måler blodtrykk hos n kvinner med denne sykdommen
 - for måling i : anta $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$
 - verdien til μ er ukjent, kanskje er også verdien til σ^2 ukjent
 - ønsker å avgjøre om det er grunnlag for å påstå at μ er større enn μ_0
- ★ Dette er en hypotesetestingssituasjon
 - ut fra det vi har observert ønsker vi å avgjøre om det er grunnlag for å påstå . . .

Nullhypotese og alternativ hypotese

- ★ Vi har to mulige sannheter, to hypoteser

- nullhypotese, H_0
- alternativ hypotese, H_1

- ★ Eksempel:

- ønsker å avgjøre om det er grunnlag for å påstå at verdien til p er større enn p_0
- vil da teste

$$H_0 : p = p_0 \quad \text{mot} \quad H_1 : p > p_0$$

- ★ Eksempel:

- ønsker å avgjøre om det er grunnlag for å påstå at μ er større enn μ_0
- vil da teste

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{mot} \quad H_1 : \mu > \mu_0$$

- ★ Ut fra det vi har observert ønsker vi å avgjøre om det er grunnlag for å påstå H_1

- ★ To mulige konklusjoner

- forkaste H_0 : observerte verdier gir grunnlag for å påstå at H_1 er sann
- ikke forkaste H_0 : observerte verdier gir ikke grunnlag for å påstå at H_1 er sann

- ★ Merk analogi med en rettssak:

- bevisene gir grunnlag for å påstå at den tiltalte er skyldig
- bevisene gir ikke grunnlag for å påstå at den tiltalte er skyldig

Ensidig og tosidig hypotesetest

★ I våre to eksempler ønsket vi å teste

- $H_0 : p = p_0$ mot $H_1 : p > p_0$
- $H_0 : \mu = \mu_0$ mot $H_1 : \mu > \mu_0$

★ Ensidige tester:

- $H_0 : \theta = \theta_0$ mot $H_1 : \theta > \theta_0$
- $H_0 : \theta = \theta_0$ mot $H_1 : \theta < \theta_0$

★ Tosidig test:

- $H_0 : \theta = \theta_0$ mot $H_1 : \theta \neq \theta_0$

★ Gjenstår å diskutere: Hvordan skal vi tenke for å avgjøre om vi skal

- forkaste H_0 , eller
- ikke forkaste H_0

Testobservator

Observator: En observerbar funksjon av en eller flere variabler som utgjør et utvalg

★ Eksempel:

- ønsker å avgjøre om det er grunnlag for å påstå at verdien til p er større enn p_0
- $H_0 : p = p_0$ mot $H_1 : p > p_0$
- X : antall av de n undersøkte artiklene som er defekte
- rimelig å forkaste H_0 dersom $X \geq k$ (gjenstår å bestemme verdien til k)

★ Eksempel:

- ønsker å avgjøre om det er grunnlag for å påstå at μ er større enn μ_0
- $H_0 : \mu = \mu_0$ mot $H_1 : \mu > \mu_0$
- gjør n målinger, $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ for $i = 1, 2, \dots, n$
- rimelig å forkaste H_0 dersom $\bar{X} \geq k$ (gjenstår å bestemme verdien til k)

Definisjon (Testobservator)

Anta at vi har stokastiske variabler $X_1, X_2, \dots, X_n$, og at vi ønsker å benytte observerte verdier av disse, $x_1, x_2, \dots, x_n$, til å teste en nullhypotese H_0 mot alternativ hypotese H_1 . En testobservator $T = u(X_1, X_2, \dots, X_n)$ er da en observator som har en kjent sannsynlighetsfordeling når H_0 er sann, og som vi benytter for å avgjøre om man skal forkaste H_0 .

★ Merk:

- en testobservator $T = u(X_1, X_2, \dots, X_n)$ er en stokastisk variabel
- skal kunne regne ut å få et tall for $t = u(x_1, x_2, \dots, x_n)$
- benytter observert verdi $t = u(x_1, x_2, \dots, x_n)$ til å avgjøre om vi skal forkaste H_0

Oppsummering

- ★ Har diskutert hypotesetestingssituasjonen
 - nullhypotese og alternativ hypotese (H_0 og H_1)
 - to mulige konklusjoner: «forkast H_0 » og «ikke forkast H_0 »
 - ensidig og tosidig hypotesetest
 - testobservator, $T = u(X_1, X_2, \dots, X_n)$

- ★ I neste video: Hvordan bestemme om vi skal forkaste H_0 eller ikke forkaste H_0