

# Konfidensintervall og valg av antall observasjoner

TMA4240/TMA4245 Statistikk

Håkon Tjelmeland

Institutt for matematiske fag

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

# Valg av antall observasjoner

- ★ Anta at vi er med i planleggingen av et forsøk

- ingen målinger er foreløpig gjort
- vi kan være med å bestemme antall observasjoner  $n$
- hvor stor feil er akseptabel?

- ★ Situasjon:

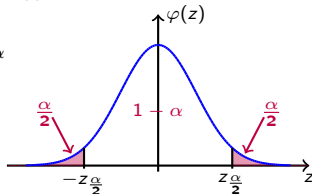
- la  $X_1, X_2, \dots, X_n$  være målingene vi skal gjøre, tilfeldig utvalg fra  $N(\mu, \sigma^2)$ -populasjonen
- verdien til  $\mu$  er ukjent, ønsker å estimere  $\mu$ , antar verdien til  $\sigma^2$  kjent

- ★ Husk: ved utledning av konfidensintervall for  $\mu$  fant vi at

$$P\left(\bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} \leq \mu - \bar{X} \leq z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(|\mu - \bar{X}| \leq z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}\right) = 1 - \alpha$$



- ★ Krav: Estimeringsfeilen skal være mindre enn eller lik  $\delta$  med sannsynlighet  $1 - \alpha$

$$z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} \leq \delta \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \cdot \sigma^2 \leq \delta^2 \cdot n \Rightarrow n \geq z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \cdot \frac{\sigma^2}{\delta^2}$$

- ★ Konklusjon: trenger da at  $n \geq z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \cdot \frac{\sigma^2}{\delta^2}$

- husk:  $n$  må være et heltall
- må runde av oppover til nærmeste heltall

# Valg av antall observasjoner, ukjent varians

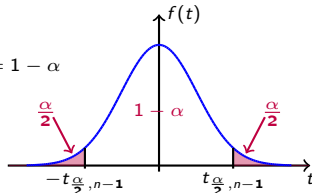
★ Situasjon:

- la  $X_1, X_2, \dots, X_n$  være målingene vi skal gjøre, tilfeldig utvalg fra  $N(\mu, \sigma^2)$ -populasjonen
- verdien til  $\mu$  er ukjent, ønsker å estimere  $\mu$ , antar verdien til  $\sigma^2$  ukjent

★ Ved utledning av konfidensintervall for  $\mu$  får vi at

$$P\left(\bar{X} - t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \sqrt{\frac{S^2}{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \sqrt{\frac{S^2}{n}}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(|\mu - \bar{X}| \leq t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \sqrt{\frac{S^2}{n}}\right) = 1 - \alpha$$



★ Krav: Estimeringsfeilen skal være mindre enn eller lik  $\delta$  med sannsynlighet  $1 - \alpha$

$$t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \sqrt{\frac{S^2}{n}} \leq \delta$$

- merk: vi har ingen verdi for  $S^2$  (før vi har gjort målingene)

★ Mulig «løsning»: gjør først noen «få» målinger:

- regn ut  $s^2$  basert på disse
- finn det minste heltallet  $n$  slik at

$$t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \sqrt{\frac{s^2}{n}} \leq \delta$$

★ Da har man en verdi  $n$  slik at

$$t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \sqrt{\frac{S^2}{n}} \lesssim \delta$$

# Oppsummering

- ★ Ved å ta utgangspunkt i utledning av konfidensintervall har vi
  - bestemt antall målinger  $n$  vi trenger for å oppnå en gitt nøyaktighet i estimeringen
  - sett hvordan vi kan få en tilnærmet løsning ved først å gjøre noen «få» målinger
- ★ Merk:
  - vi har hatt fokus på parameteren  $\mu$  i normalfordeling
  - tilsvarende fremgangsmåte kan brukes for andre parametre