Kumulativ fordeling og kvantiler

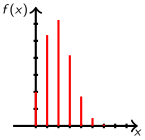
TMA4240/TMA4245 Statistikk

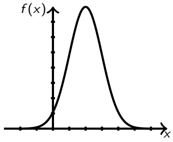
Håkon Tjelmeland
Institutt for matematiske fag
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Kumulativ fordeling

- ⋆ Husk: punktsannsynlighet og sannsynlighetstetthet

$f(x) = P(X = x)$ $\qquad$ $P(a < X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$





Definisjon (Kumulativ fordeling)

Kumulativ fordeling for en stokastisk variabel X er

$$F(x) = P(X \leq x)$$

- ⋆ Merk: $F(x)$ er gitt fra $f(x)$
  - diskret SV: Hvis mulige verdier for X er $0, 1, 2, \ldots$

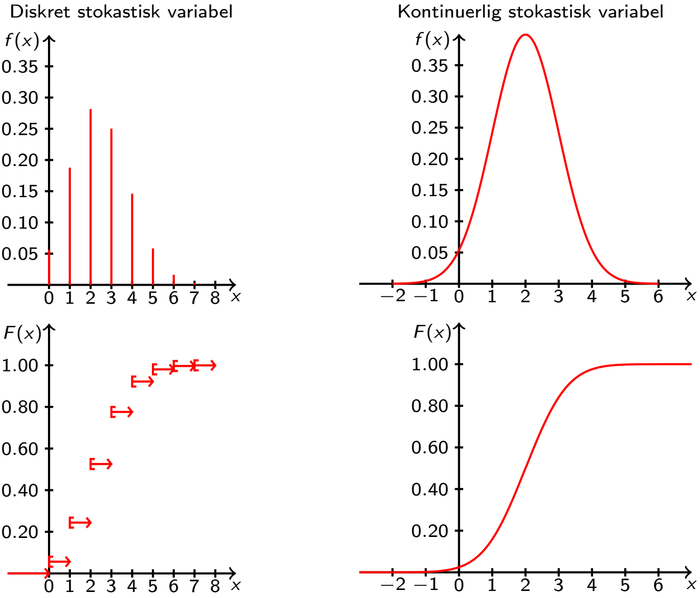
$$F(x) = \sum_{t=\mathbf{0}}^{x} f(t) \qquad \Leftrightarrow \qquad f(x) = F(x) - F(x-1)$$

  - kontinuerlig SV:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)du \qquad \Leftrightarrow \qquad f(x) = F'(x)$$

- ⋆ Vi kan ikke alltid finne en formel for $F(x)$

Visualisering av $f(x)$ og $F(x)$



Kvantil

Definisjon (Kvantil)

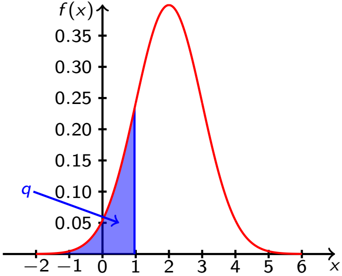
La X være en stokastisk variabel med kumulativ fordeling $F(x) = P(X \leq x)$. For en verdi $q \in (0, 1)$ er da q-kvantilen til X gitt ved

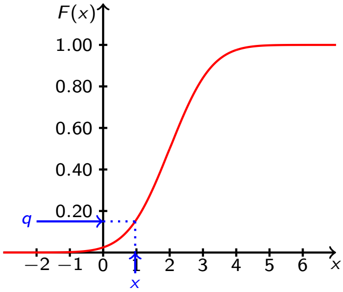
$$x = \min\{x : F(x) \geq q\}$$

- Merk: Dersom $F(x)$ er en strengt voksende funksjon har vi at q-kvantilen til X er

  $$x = F^{-1}(q),$$

  der $F^{-1}(q)$ er den inverse funksjonen til $F(x)$.





Oppsummering

- Har definert begrepene
  - kumulativ fordelingsfunksjon, $F(x) = P(X \leq x)$
  - kvantil

- Har diskutert at
  - $F(x)$ har samme tolkning for diskrete og kontinuerlige SV
  - for diskret SV er $F(x)$ en trappefunksjon
  - for kontinuerlig SV er $F(x)$ en kontinuerlig funksjon