Løsningsskisse for eksamen i TMA4245 vår 2021

14. mai 2021

Oppgave 1

La $\bar{x}$, $\tilde{x}$ og s^2 betegne henholdsvis gjennomsnitt, median og empirisk varians.

Variant A (1): $\bar{x} = 3.8571 \approx 3.9$, $\tilde{x} = 4$, og $s^2 = 2.8095 \approx 2.8$.

Variant B (2): $\bar{x} = 3.1429 \approx 3.1$, $\tilde{x} = 3$, og $s^2 = 1.8095 \approx 1.8$.

Variant C (3): $\bar{x} = 4.1429 \approx 4.1$, $\tilde{x} = 4$, og $s^2 = 2.4762 \approx 2.5$.

Variant D (4): $\bar{x} = 2.7143 \approx 2.7$, $\tilde{x} = 2$, og $s^2 = 1.9048 \approx 1.9$.

Oppgave 2

I løsningsforslaget under betegner k et forskjellig tall i hver variant av oppgaven.

- $P(A \cap B) = P(X = k) = 0 \neq f_X(k)$ siden X er kontinuerlig fordelt.
- Siden $A \cap B = \{X = k\} \neq \emptyset$, er ikke A og B disjunkte.
- Siden $0 = P(A \cap B) \neq P(A)P(B) > 0$ er A og B avhengige hendelser.

Oppgave 3

- Antall mulige utfall blir $\binom{52}{13} = 2598960$.
- Andre kulepunkt kan av noen studenter bli tolket som ordnede utvalg. Dette er oppgitt i parantes.

Variant A (9): Antall måter å trekke 5 kort i farge hjerter blir $\binom{13}{5} = 1287$ (154440).

Variant B (10): Farge kan velges på 4 måter. Antall straights i hver farge som blir 10. Totalt antall måter vi kan trekke straigh flush på blir dermed 40 (4800).

Variant C (11): Antall måter å trekke 5 kort som alle er billedkort blir $\binom{16}{5} = 4368$ (524160).

Variant D (12): Antall måter å trekke 5 kort hvorav 4 ess er lik antall måter kortet som ikke er ess kan velges på lik 48 (5760).

Oppgave 4

Variant A (13): $P(X < 4) = P(X = 2) + P(X = 3) = 1/36 + 2/36 = 1/12 = 0.083$. $P(Z \leq 35) = P(X \leq 3) = P(X < 4) = 0.083$. $P(Z = 25) = P(X = 2) = 1/36 = 0.028$. $P(Z = 25 | X < 4) = P(X = 2 | X < 4) = P(X = 2)/P(X < 4) = 1/3 = 0.333$.

Variant B (14): $P(X > 10) = P(X = 11) + P(X = 12) = 2/36 + 1/36 = 0.083$. $P(Z \geq 65) = P(X \geq 11) = P(X > 10) = 0.083$. $P(Z = 70) = P(X = 12) = 1/36 = 0.028$. $P(Z = 70 | X > 10) = P(X = 12 | X > 10) = P(X = 12)/P(X > 12) = 1/3 = 0.333$.

Variant C (15): $P(X \leq 4) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = (1 + 2 + 3)/36 = 1/6 = 0.167$. $P(Z < 20) = P(X < 5) = P(X \leq 4) = 0.167$. $P(Z = 14) = P(X = 2) = 0.028$. $P(Z = 14 | X \leq 4) = P(X = 2)/P(X \leq 4) = 1/6 = 0.167$.

Variant D (16): $P(X \leq 4) = 0.167$. $P(Z < 50) = P(X < 5) = P(X \leq 4) = 0.167$. $P(Z = 20) = P(X = 2) = 1/36 = 0.028$. $P(Z = 20|X \leq 4) = P(X = 2)/P(X \leq 4) = 1/6 = 0.167$.

Oppgave 5

Vi viser her eksakte svar til tre desimaler. Bruk av tabell gir litt andre svar som også godkjennes som korrekte.

Variant A (17): $\mathrm{P}(X > 3) = 0.691$, $\mathrm{P}(X + Y > 3) = 0.500$ og $\mathrm{P}(X + Y > 3|Y = 3) = 0.933$.

Variant B (18): $\mathrm{P}(X > 3) = 0.434$, $\mathrm{P}(X + Y > 3) = 0.242$ og $\mathrm{P}(X + Y > 3|Y = 2) = 0.691$.

Variant C (19): $\mathrm{P}(X > 3) = 0.401$, $\mathrm{P}(X + Y > 3) = 0.421$ og $\mathrm{P}(X + Y > 3|Y = 1) = 0.500$.

Variant D (20): $\mathrm{P}(X > 3) = 0.159$, $\mathrm{P}(X + Y > 3) = 0.159$ og $\mathrm{P}(X + Y > 3|Y = 3) = 0.401$.

Oppgave 6

Variant A (21): $\mathrm{E}[X + Y] = 1.0$ og $\mathrm{Var}[X + Y] = 4.0$.

Variant B (22): $\mathrm{E}[X + Y] = 0.0$ og $\mathrm{Var}[X + Y] = 3.0$.

Variant C (23): $\mathrm{E}[X + Y] = 3.0$ og $\mathrm{Var}[X + Y] = 5.0$.

Variant D (24): $\mathrm{E}[X + Y] = -1.0$ og $\mathrm{Var}[X + Y] = 3.5$.

Oppgave 7a

- Kumulativ fordelingsfunksjon blir

$$F_Y(y) = P(Y \leq y) = \int_{y_0}^{y} \frac{\lambda y_0^\lambda}{u^{\lambda+1}} du = -\lambda y_0^\lambda \frac{1}{\lambda u^\lambda}\bigg|_{y_0}^{y} = 1 - \left(\frac{y_0}{y}\right)^\lambda$$

  for $y \geq y_0$.

- Dermed blir

$$\begin{aligned} P(\min(Y_1, Y_2, \ldots, Y_n) < k) &= 1 - P(\min(Y_1, Y_2, \ldots, Y_n) \geq k) \\ &= 1 - P(Y_1 \geq k \cap \cdots \cap Y_n \geq k) \\ &= 1 - (P(Y_i \geq k))^n \\ &= 1 - (1 - F_Y(k))^n \\ &= 1 - \left(\frac{y_0}{k}\right)^{n\lambda} \end{aligned}$$

  Innsatt blir sannsynligheten

  Variant A (25): 0.28

  Variant B (26): 0.3

  Variant C (27): 0.17

  Variant D (28): 0.6

Oppgave 7b

- Likelihoodfunskjonen blir

$$L(\lambda) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\lambda y_0^\lambda}{y_i^{\lambda+1}} = \lambda^n y_0^{n\lambda} \prod_{i=1}^{n} y_i^{-\lambda-1}$$

og log-likelihoodet

$$l(\lambda) = n \ln \lambda + n\lambda \ln y_0 - (\lambda+1) \sum_{i=1}^{n} \ln y_i.$$

I maksimum er $dl/d\lambda = 0$ slik at

$$\frac{n}{\lambda} + n \ln y_0 - \sum_{i=1}^{n} \ln y_i = 0,$$

Løses vi ligningen finner vi at SME av λ kan skrives på formen

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \ln(Y_i/y_0)}$$

- Estimatet blir

Variant A (25): 2.137

Variant B (26): 2.508

Variant C (27): 3.243

Variant D (28): 2.268

Oppgave 7c

- Tettheten til X blir

$$\begin{aligned} f_X(x) &= f_Y(y_0 e^{x/(2\lambda)}) \left| \frac{dy}{dx} \right| \\ &= \frac{\lambda y_0^\lambda}{(y_0 e^{x/(2\lambda)})^{\lambda+1}} y_0 e^{x/(2\lambda)}) \frac{1}{2\lambda} \\ &= \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}x} \end{aligned}$$

som er tettheten til en kji-kvadratfordelt variabel med 2 frihetsgrader.

Videre blir $\sum_{i=1}^{n} 2\lambda \ln(Y_i/y_0)$ kji-kvadratfordelt med $2n$ frihetsgrader siden hvert ledd i summen er uavhengig kji-kvadrat med 2 frihetsgrader.

- Dermed er

$$P\left(\chi^2_{1-\alpha/2,2n} < \sum_{i=1}^{n} 2\lambda \ln(Y_i/y_0) < \chi^2_{\alpha/2,2n} \right) = 1 - \alpha$$

slik at

$$\left(\frac{\chi^2_{1-\alpha/2,2n}}{2\sum_{i=1}^{n} \ln(y_i/y_0)}, \frac{\chi^2_{\alpha/2,2n}}{2\sum_{i=1}^{n} \ln(y_i/y_0)} \right) = \left(\frac{\hat{\lambda}\chi^2_{1-\alpha/2,2n}}{2n}, \frac{\hat{\lambda}\chi^2_{\alpha/2,2n}}{2n} \right)$$

er et $(1-\alpha)$ konfidensintervall for λ. For $\alpha = 0.05$ blir intervallet innsatt observasjonene i oppgaven

Variant A (25): (1.025, 3.651)

Variant B (26): (1.083, 4.521)

Variant C (27): (1.190, 6.307)

Variant D (28): (1.172, 3.721)

Oppgave 7d

- Den alternative hypotesen H_1, utsagnet
$$\mu^* = 2^{1/\lambda} y_0 > \mu_0^*$$
er ekvivalent med
$$\frac{1}{\lambda}\ln 2 + \ln y_0 > \ln \mu_0^*$$
eller
$$\lambda < \frac{\ln(2)}{\ln(\mu_0^*/y_0)} = \lambda_0$$
hvor λ_0 ved innsetting er som gitt i oppgaven. Å teste om medianlønnen μ^* er større enn μ_0^* er dermed det samme som å teste om $\lambda <_0$.

- Under H_0 er testobservatoren
$$W = \sum_{i=1}^{n} 2\lambda_0 \ln(Y_i/y_0) = \frac{2n\lambda_0 \sum_{i=1}^{n} \ln(Y_i/y_0)}{n} = \frac{2n\lambda_0}{\hat{\lambda}}$$
som tidligere vist kji-kvadrat med $2n$ frihetsgrader. Under H_1 vil $\hat{\lambda}$ tendere til å bli liten og W dermed stor. Vi forkaster derfor H_0 hvis
$$W > \chi^2_{\alpha,2n}$$
Observert og kritisk verdi og testens konklusjons blir:

Variant A (25): $W = 9.36$, $\chi^2_{0.05,20} = 31.410$, Beholder H_0

Variant B (26): $W = 8.6768$, $\chi^2_{0.05,16} = 26.296$, Beholder H_0

Variant C (27): $W = 4.588$, $\chi^2_{0.05,12} = 21.026$, Beholder H_0

Variant D (28): $W = 32.9038$, $\chi^2_{0.05,24} = 36.415$, Beholder H_0

Oppgave 8a

La Z betegne en standardnormalfordelt stokastisk variabel. Vi vet at $\bar{X} \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2/\sqrt{n})$ slik at for $\sigma^2 = 1$ har vi $\bar{X} \sim \mathcal{N}(\mu, 1/\sqrt{n})$.

- **Type I feil**:
$$\begin{aligned}
\text{P(Type I feil)} &= \text{P(Forkast } H_0|\mu = 5) \\
&= \text{P}(\bar{X} \le 5 - z_\alpha/\sqrt{n}|\mu = 5) \\
&= \text{P}\left(\frac{\bar{X}-5}{1/\sqrt{n}} < \frac{5-5-z_\alpha/\sqrt{n}}{1/\sqrt{n}}\middle|\mu = 5\right) \\
&= \text{P}(Z \le -z_\alpha) = \alpha.
\end{aligned}$$

Variant A (29): Tallverdi: P(Type I feil) $= \alpha = 0.05$.

Variant B (30): Tallverdi: P(Type I feil) $= \alpha = 0.10$.

Variant C (31): Tallverdi: P(Type I feil) $= \alpha = 0.05$.

Variant D (32): Tallverdi: $\mathrm{P}(\text{Type I feil}) = \alpha = 0.10$.

- **Styrke:**

$$\begin{aligned}
\text{Styrke} &= \mathrm{P}(\text{Forkast } H_0 | \mu = 4.5) \\
&= \mathrm{P}(\bar{X} \leq 5 - z_\alpha/\sqrt{n} | \mu = 4.5) \\
&= \mathrm{P}\left(\frac{\bar{X} - 4.5}{1/\sqrt{n}} < \frac{5 - 4.5 - z_\alpha/\sqrt{n}}{1/\sqrt{n}} \middle| \mu = 4.5 \right) \\
&= \mathrm{P}(Z \leq 0.5\sqrt{n} - z_\alpha).
\end{aligned}$$

Variant A (29): Tallverdi: $\mathrm{P}(Z \leq 0.5\sqrt{10} - 1.645) = 0.475$.

Variant B (30): Tallverdi: $\mathrm{P}(Z \leq 0.5\sqrt{10} - 1.282) = 0.618$.

Variant C (31): Tallverdi: $\mathrm{P}(Z \leq 0.5\sqrt{20} - 1.645) = 0.723$.

Variant D (32): Tallverdi: $\mathrm{P}(Z \leq 0.5\sqrt{20} - 1.282) = 0.830$.

Oppgave 8b

La Z betegne en standardnormalfordelt stokastisk variabel. Anta at utvalg 1 består av $X_1, \ldots, X_n$ og at utvalg 2 består av $Y_1, \ldots, Y_n$. Som i oppgave 8a vet vi da at $\bar{X} \sim \mathcal{N}(\mu, 1/\sqrt{n})$ og $\bar{Y} \sim \mathcal{N}(\mu, 1/\sqrt{n})$. I tillegg vet vi at $\bar{X}$ og $\bar{Y}$ er uavhengige.

- **Type I feil:**

$$\begin{aligned}
\mathrm{P}(\text{Type I feil}) &= \mathrm{P}(\text{Forkast } H_0 | H_0) \\
&= \mathrm{P}((\bar{X} \leq 5 - z_\alpha/\sqrt{n}) \cup (\bar{Y} \leq 5 - z_\alpha/\sqrt{n}) | \mu = 5) \\
&= \mathrm{P}(\bar{X} \leq 5 - z_\alpha/\sqrt{n} | \mu = 5) + \mathrm{P}(\bar{Y} \leq 5 - z_\alpha/\sqrt{n} | \mu = 5) \\
&\quad - \mathrm{P}((\bar{X} \leq 5 - z_\alpha/\sqrt{n}) \cap \bar{Y} \leq (5 - z_\alpha/\sqrt{n}) | \mu = 5) \\
&= \mathrm{P}(Z \leq -z_\alpha) + \mathrm{P}(Z \leq -z_\alpha) - \mathrm{P}(\bar{X} \leq 5 - z_\alpha/\sqrt{n} | \mu = 5)\mathrm{P}(\bar{Y} \leq 5 - z_\alpha/\sqrt{n} | \mu = 5) \\
&= \alpha + \alpha - \mathrm{P}(Z \leq -z_\alpha)\mathrm{P}(Z \leq -z_\alpha) \\
&= 2\alpha - \alpha^2.
\end{aligned}$$

Variant A (29): Tallverdi: $\mathrm{P}(\text{Type I feil}) = 0.0975$.

Variant B (30): Tallverdi: $\mathrm{P}(\text{Type I feil}) = 0.190$.

Variant C (31): Tallverdi: $\mathrm{P}(\text{Type I feil}) = 0.0975$.

Variant D (32): Tallverdi: $\mathrm{P}(\text{Type I feil}) = 0.190$.

- **Forklaring:** Hvert av de to utvalgene gir opphav til en hypotesetest der sannsynligheten for å forkaste H_0 er α når H_0 er sann, men med forskerens fremgangsmåte kan vi forkaste H_0 selv om bare et av utvalgene tilfredstiller forkastningsregelen. Dermed må det være høyere sannsynlighet for å forkaste H_0 med forskerens fremgangsmåte enn ved å gjøre én hypotesetest.

- **Ny beslutningsregel:** Vi ønsker at $\mathrm{P}(\text{Forkast } H_0 | H_0) = \alpha$ slik at vi må ha

$$\begin{aligned}
\alpha &= \mathrm{P}(\text{Forkast } H_0 | H_0) = \mathrm{P}((\bar{X} \leq k) \cup (\bar{Y} \leq k) | \mu = 5) \\
&= \mathrm{P}(\bar{X} \leq k | \mu = 5) + \mathrm{P}(\bar{Y} \leq k | \mu = 5) - \mathrm{P}((\bar{X} \leq k) \cap (\bar{Y} \leq k) | \mu = 5) \\
&= \mathrm{P}\left(Z \leq \frac{k-5}{1/\sqrt{n}}\right) + \mathrm{P}\left(Z \leq \frac{k-5}{1/\sqrt{n}}\right) - \mathrm{P}(\bar{X} \leq k | \mu = 5)\mathrm{P}(\bar{Y} \leq k | \mu = 5) \\
&= 2\mathrm{P}\left(Z \leq \frac{k-5}{1/\sqrt{n}}\right) - \mathrm{P}\left(Z \leq \frac{k-5}{1/\sqrt{n}}\right)^2 \\
&= 1 - \left(1 - \mathrm{P}\left(Z \leq \frac{k-5}{1/\sqrt{n}}\right)\right)^2
\end{aligned}$$

Vi kan løse denne likheten for sannsynligheten for å finne

$$\begin{aligned}\left(1-\mathrm{P}\left(Z\leq\frac{k-5}{1/\sqrt{n}}\right)\right)^2 &= 1-\alpha\\ \mathrm{P}\left(Z\leq(k-5)\sqrt{n}\right) &= 1-\sqrt{1-\alpha}\end{aligned}$$

For både $\alpha=0.05$ og $\alpha=0.10$ vil vi ha $1-\sqrt{1-\alpha}\approx\alpha/2$ slik at vi trenger

$$\begin{aligned}(k-5)\sqrt{n} &\approx -z_{\alpha/2}\\ k &\approx 5-z_{\alpha/2}/\sqrt{n}.\end{aligned}$$

Variant A (29): Tallverdi: $k\approx 5-z_{0.025}/\sqrt{10}=4.38$.

Variant B (30): Tallverdi: $k\approx 5-z_{0.05}/\sqrt{10}=4.48$.

Variant C (31): Tallverdi: $k\approx 5-z_{0.025}/\sqrt{20}=4.56$.

Variant D (32): Tallverdi: $k\approx 5-z_{0.05}/\sqrt{20}=4.63$.

Oppgave 9

La modellen være $Y_i=u_i\beta+\epsilon_i$ der $u_i=f(x_i)$ er en transformasjon av kovariaten x_i. Med den notasjonen kan vi skrive en generell løsning for alle varianter av oppgaven. Vi har estimatoren $\hat{\beta}=\frac{\sum_{i=1}^n u_iY_i}{\sum_{i=1}^n u_i^2}$.

- **Forventningsverdi og varians:** Vi har en lineærkombinasjon av Y_i og kan skrive

$$\mathrm{E}[\hat{\beta}]=\frac{\sum_{i=1}^n u_i\mathrm{E}[Y_i]}{\sum_{i=1}^n u_i^2}=\frac{\sum_{i=1}^n u_i\cdot u_i\beta}{\sum_{i=1}^n u_i^2}=\beta\frac{\sum_{i=1}^n u_i^2}{\sum_{i=1}^n u_i^2}=\beta$$

slik at $\hat{\beta}$ er forventningsrett for β. Vi bruker at $Y_1,\ldots,Y_n$ er uavhengige til å skrive variansen som

$$\mathrm{Var}[\hat{\beta}]=\sum_{i=1}^n\mathrm{Var}\left[\frac{u_iY_i}{\sum_{i=1}^n u_i^2}\right]=\sum_{i=1}^n\left(\frac{u_i^2\mathrm{Var}[Y_i]}{(\sum_{i=1}^n u_i^2)^2}\right))=\sigma^2\frac{\sum_{i=1}^n u_i^2}{(\sum_{i=1}^n u_i^2)^2}=\frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n u_i^2}.$$

Variant A (33): $\mathrm{Var}[\hat{\beta}]=\sigma^2/\sum_{i=1}^n(\ln(x_i))^2$.

Variant B (34): $\mathrm{Var}[\hat{\beta}]=\sigma^2/\sum_{i=1}^n x_i^6$.

Variant C (35): $\mathrm{Var}[\hat{\beta}]=\sigma^2/\sum_{i=1}^n \mathrm{e}^{2x_i}$.

Variant D (36): $\mathrm{Var}[\hat{\beta}]=\sigma^2/\sum_{i=1}^n x_i$.

- **Prediksjonsintervall:** Siden $Y_1,Y_2,\ldots,Y_n$ er uavhengige og normalfordelte er estimatoren $\hat{\beta}\sim\mathcal{N}(\beta,\sigma^2/\sum_{i=1}^n u_i^2)$ der forventningsverdi og varians ble regnet ut i punktet over. La Y være en ny observasjon som er uavhengig av de n tidligere observasjonene med kovariatverdi x og transformert kovariatverdi $u=f(x)$. Siden variansen er kjent kan vi basere konfidensintervallet på den stokastiske variablen

$$Z=\frac{Y-u\hat{\beta}}{\sigma\sqrt{1+u^2/\sum_{i=1}^n u_i^2}}\sim\mathcal{N}(0,1).$$

Dette ser vi ved at $\mathrm{E}[Y-u\hat{\beta}]=0$ og $\mathrm{Var}[Y-u\hat{\beta}]=\mathrm{Var}[Y]+u^2\mathrm{Var}[\hat{\beta}]=\sigma^2(1+u^2/\sum_{i=1}^n u_i^2)$.

Basert på $\mathrm{P}(-z_{0.025}<Z<z_{0.025})=0.95$ får vi et 95% prediksjonsintervall for observert ny verdi y,

$$u\hat{\beta}-z_{0.025}\sigma\sqrt{1+\frac{u^2}{\sum_{i=1}^n u_i^2}}<y<u\hat{\beta}+z_{0.025}\sigma\sqrt{1+\frac{u^2}{\sum_{i=1}^n u_i^2}}.$$

Variant A (33):

$$\ln(x)\hat{\beta} - z_{0.025}\sigma\sqrt{1+\frac{(\ln(x))^2}{\sum_{i=1}^n(\ln(x_i))^2}} < y < \ln(x)\hat{\beta} + z_{0.025}\sigma\sqrt{1+\frac{(\ln(x))^2}{\sum_{i=1}^n(\ln(x_i))^2}}$$

Variant B (34):

$$x^3\hat{\beta} - z_{0.025}\sigma\sqrt{1+\frac{x^6}{\sum_{i=1}^n x_i^2}} < y < x^3\hat{\beta} + z_{0.025}\sigma\sqrt{1+\frac{x^6}{\sum_{i=1}^n x_i^6}}$$

Variant C (35):

$$\mathrm{e}^x\hat{\beta} - z_{0.025}\sigma\sqrt{1+\frac{\mathrm{e}^{2x}}{\sum_{i=1}^n \mathrm{e}^{2x_i}}} < y < \mathrm{e}^x\hat{\beta} + z_{0.025}\sigma\sqrt{1+\frac{\mathrm{e}^{2x}}{\sum_{i=1}^n \mathrm{e}^{2x_i}}}$$

Variant D (36):

$$\sqrt{x}\hat{\beta} - z_{0.025}\sigma\sqrt{1+\frac{x}{\sum_{i=1}^n x_i}} < y < \sqrt{x}\hat{\beta} + z_{0.025}\sigma\sqrt{1+\frac{x}{\sum_{i=1}^n x_i}}$$

- **Tallverdier:**

Variant A (33): $\ln(x)\hat{\beta} = \ln(2)\cdot 4/9.3 = 0.298$ og $z_{0.025}\sigma\sqrt{1+\frac{(\ln(x))^2}{\sum_{i=1}^n(\ln(x_i))^2}} = 1.960\cdot\sqrt{2}\sqrt{1+\ln(2)^2/9.3} = 2.843$ gir

$$-2.55 < y < 3.14.$$

Variant B (34): $x^3\hat{\beta} = 2^3\cdot 3/10 = 2.400$ og $z_{0.025}\sigma\sqrt{1+\frac{x^6}{\sum_{i=1}^n x_i^2}} = 1.960\cdot\sqrt{2}\sqrt{1+2^6/10} = 7.540$ gir

$$-5.14 < y < 9.94.$$

Variant C (35): $\mathrm{e}^x\hat{\beta} = \mathrm{e}^2\cdot 5/15 = 2.463$ og $z_{0.025}\sigma\sqrt{1+\frac{\mathrm{e}^{2x}}{\sum_{i=1}^n \mathrm{e}^{2x_i}}} = 1.960\cdot\sqrt{2}\sqrt{1+\mathrm{e}^{2\cdot 2}/15} = 5.971$ gir

$$-3.51 < y < 8.43.$$

Variant D (36): $\sqrt{x}\hat{\beta} = \sqrt{2}\cdot 100/50 = 2.828$ og $z_{0.025}\sigma\sqrt{1+\frac{x}{\sum_{i=1}^n x_i}} = 1.960\cdot\sqrt{2}\sqrt{1+2/50} = 2.827$ gir

$$0.00 < y < 5.66.$$