

i Forside

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i TMA4245 Statistikk

Eksamensdato: 27. mai, 2022

Eksamenstid (fra-til): 9:00-13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: Hjelpemiddelkode C. Tabeller og formel i statistikk (Fagbokforlaget). Et gult ark (A5 med stempel) med egne håndskrevne formel og notater. Bestemt, enkel kalkulator.

Faglig kontakt under eksamen: Jarle Tufto/Gunnar Taraldsen.

Tlf.: 99705519/46432506

ANNEN INFORMASJON:

Skaff deg overblikk over oppgavesettet før du begynner på besvarelsen din.

I oppgave 1 til 4 skal du kun oppgi korrekt svar (altså uten begrunnelse) direkte i Inspira. Følg instruksene i oppgaveteksten angående antall desimaler etter komma i svaret. Hvis du oppgir færre desimaler enn det er spurt om vil svaret kunne bli vurdert som feil. I alle mellomregninger må du bruke minst to desimaler mer enn hva du skal ha i svaret.

I oppgavene 5 og 6 skal alle svar begrunnes og besvarelsen skal inneholde mellomregning slik at det er helt klart hvordan man har tenkt. Besvarelsen på disse oppgavene skal skrives for hånd på utleverte ark, se informasjon under InspiraScan lenger ned på denne siden.

Les oppgavene nøye, gjør dine egne antagelser og presiser i besvarelsen hvilke forutsetninger du har lagt til grunn i tolkning/avgrensing av oppgaven. Faglig kontaktperson skal kun kontaktes dersom det er direkte feil eller mangler i oppgavesettet. Henvend deg til en eksamensvakt hvis du ønsker å kontakte faglærer. Noter gjerne spørsmålet ditt på forhånd.

InspiraScan: I oppgave 5 og 6 vil det være mulig å levere hele/deler av svaret på ark. Nederst i oppgaven finner du en sjusifret kode. Fyll inn denne koden øverst til venstre på arkene du ønsker å levere. Det anbefales å gjøre dette underveis i eksamen. Dersom du behøver tilgang til kodene etter at eksamenstiden har utløpt, må du klikke «Vis besvarelse».

Vekting av oppgavene: Vekt ved sensur for hver deloppgave er angitt i oppgavesettet.

Varslinger: Hvis det oppstår behov for å gi beskjeder til kandidatene underveis i eksamen (f.eks. ved feil i oppgavesettet), vil dette bli gjort via varslinger i Inspira. Et varsel vil dukke opp som en dialogboks på skjermen. Du kan finne igjen varselet ved å klikke på bjella øverst til høyre.

Trekk fra/avbrutt eksamen: Blir du syk under eksamen, eller av andre grunner ønsker å levere blankt/avbryte eksamen, gå til "hamburgermenyen" i øvre høyre hjørne og velg «Lever blankt». Dette kan ikke angres selv om prøven fremdeles er åpen.

Tilgang til besvarelse: Etter eksamen finner du besvarelsen din i arkivet i Inspira. Merk at det kan ta én virkedag før eventuelle håndtegninger vil være tilgjengelige i arkivet.

1 Oppgave 1

Observerte verdier av et tilfeldig utvalg $X_1, X_2, \dots, X_5$ er gitt ved 3, 6, 7, -10, -1. Regn ut følgende størrelser og oppgi svaret avrundet til to desimalers nøyaktighet.

Empirisk gjennomsnitt: .

Empirisk median:

Observert verdi av fjerde ordningsvariabel $X_{(4)}$:

Empirisk standardavvik:

Maks poeng: 10

2 Oppgave 2

Anta at $Z_1, Z_2, \dots, Z_{10}$ er uavhengige standardnormalfordelte stokastiske variable. La $V = \sum_{i=1}^{10} Z_i^2$. Finn følgende størrelser og oppgi svaret avrundet til to desimalers nøyaktighet:

$P(0 < Z_1 < 1)$:

$P(0 < Z_1 < 1 | Z_1 > 0)$:

$P(Z_1 + Z_2 < 2)$:

$E(V)$:

Ett tall q slik at $P(V > q) = 0.05$:

$\text{Var}(V)$:

Maks poeng: 15

3 Oppgave 3

Anta at vi trekker et utvalg på 5 elever fra en skoleklasse bestående av 8 jenter og 12 gutter. Hver elev kan kun trekkes én gang og alle elever har like stor sannsynlighet for å bli valgt ved hver trekning. La den stokastiske variabelen X være antall jenter i utvalget. Finn følgende størrelser og oppgi svaret avrundet til 2 desimalers nøyaktighet. Husk at det er lov å benytte tabell:

$E(X)$:

$\text{Var}(X)$:

Sannsynligheten for at det er færre jenter enn gutter i utvalget:

Sannsynligheten for at det er like mange jenter som gutter i utvalget:

Hvor mange ikke-ordnede utvalg på 5 elever kan vi trekke fra skoleklassen?

Maks poeng: 12.5

4 Oppgave 4

Anta at en covid-19 hurtigtest gir positivt testresultat med sannsynlighet 0.8 for personer som er smittet og med sannsynlighet 0.01 for personer som ikke er smittet. Anta at 5% av befolkningen er smittet på et gitt tidspunkt og en tilfeldig valgt person testes. Regn ut følgende størrelser og oppgi svaret avrundet til tre desimalers nøyaktighet.

Sannsynligheten for at vedkommende ikke er smittet samtidig som testen er positiv:

Sannsynligheten for at testen er positiv

Sannsynligheten for at personen ikke er smittet gitt at testen er positiv:

Maks poeng: 7.5

Words: 0

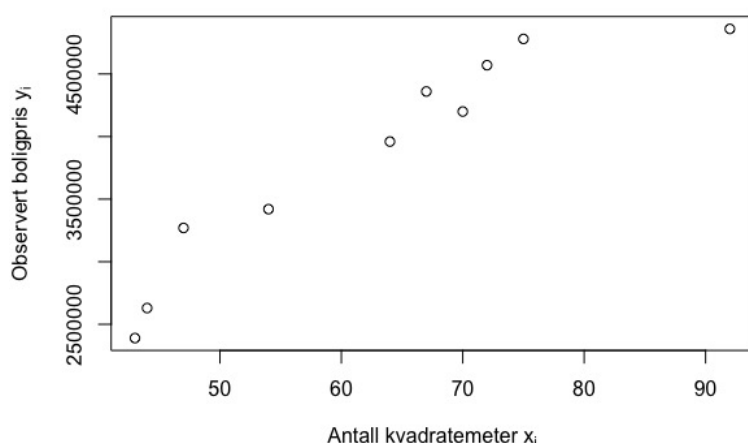
Maks poeng: 25

6 Oppgave 6

En eiendomsmegler ønsker å undersøke hvordan boligpris Y_i (målt i kr) til ulike solgte eiendommer avhenger av antall kvadratmeter boligareal x_i (målt i kvadratmeter). Han bruker en regresjonsmodell hvor han antar at

$$Y_i = \beta x_i + \epsilon_i,$$

hvor feilleddene $\epsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ og uavhengige for $i = 1, 2, \dots, n$. Stigningstallet β kan da tolkes som det boligkjøpere må forvente å betale per kvadratmeter. Eiendomsmegleren har observasjoner på (y_i, x_i) på $n = 10$ solgte boliger i et område i Trondheim vist i figuren under. Vi skal anta at parameteren $\sigma = 300000$ (målt i kroner). Det oppgis videre at $\sum_{i=1}^n x_i y_i = 2.53 \cdot 10^9$, $\sum_{i=1}^n x_i^2 = 41668$ og $\sum_{i=1}^n 1/x_i^2 = 0.00301$.



a) Vis at sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren av β er $\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i Y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$. Er $\hat{\beta}$ forventningsrett?

Finn variansen og fordelingen til $\hat{\beta}$. Beregn estimatet av $\hat{\beta}$ og tilhørende standardfeil gitt dataene over.

b) En alternativ estimator av β er $\hat{\beta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{Y_i}{x_i}$. Finn forventning, varians og fordeling også til denne estimatoren. Hvilke av estimatorene $\hat{\beta}$ og $\hat{\beta}$ er å foretrekke under forutsetningen nevnt over?

c) Eiendomsmegleren ønsker å undersøke om dataene over gir grunnlag for å påstå at kvadratmeterprisen i det aktuelle området er større enn 60000kr. Formuler dette som en hypotesetest og foreslå en passende testobservator. Bestem testens forkastningsområde. Hva blir testens konklusjon gitt et signifikansnivå $\alpha = 0.05$? Finn også testens p -verdi.

d) Finn teststyrken til hypotesetesten i punkt c) gitt at den faktiske kvadratmeterprisen er 65000kr.

Det anbefales at du løser denne oppgaven med papir og blyant.

Format



B

I

U

$\times_2$

$\times^2$

$\frac{1}{x}$

$\frac{1}{x^2}$

$\frac{1}{x^3}$

$\frac{1}{x^4}$

$\frac{1}{x^5}$

$\frac{1}{x^6}$

$\frac{1}{x^7}$

$\frac{1}{x^8}$

$\frac{1}{x^9}$

$\frac{1}{x^{10}}$

$\frac{1}{x^{11}}$

$\frac{1}{x^{12}}$

$\frac{1}{x^{13}}$

$\frac{1}{x^{14}}$

$\frac{1}{x^{15}}$

$\frac{1}{x^{16}}$

$\frac{1}{x^{17}}$

$\frac{1}{x^{18}}$



Words: 0

Maks poeng: 30