

i Forside

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgåve i TMA4245 Statistikk

Eksamensdato: 27. mai, 2022

Eksamenstid (frå-til): 9:00-13:00

Hjelpemiddelkode/Tillate hjelpemidler: Hjelpemiddelkode C. Tabellar og formalar i statistikk (Fagbokforlaget). Et gult ark (A5 med stempel) med egne handskrivne formalar og notata. Bestemt, enkel kalkulator.

Fagleg kontakt under eksamen: Jarle Tufto/Gunnar Taraldsen.

Tlf.: 99705519/46432506

ANNEN INFORMASJON:

Skaff deg overblikk over oppgåvesettet før du begynner på svara dine.

I oppgåve 1 til 4 skal du berre gi korrekt svar (altså uten grunngjeving) direkte i Inspira. Følg instruksane i oppgåveteksten om tal desimalar etter komma i svaret. Oppgjeve du færre desimalar enn det er spurt om vil svaret kunne bli vurdert som feil. I alle mellomrekningar må du bruke minst to desimalar meir enn kva du skal ha i svaret.

I oppgåvene 5 og 6 skal alle svar grunngivast og svara skal innehalde mellomrekning slik at det er heilt klart korleis ein har tenkt. Besvarelsen på desse oppgåvene skal skrivast for hånd på utleverte ark, sjå informasjon under InspiraScan lenger ned på denne sida.

Les oppgåvene nøye, gjer dine eigne antagelser og presiser i besvarelsen kva føresetnader du har lagt til grunn i tolking/avgrensing av oppgåva. Fagleg kontaktperson skal berre kontaktast dersom det er direkte feil eller manglar i oppgåvesettet. Henvend deg til ei eksamensvakt viss du ønsker å kontakta faglærar. Noter gjerne spørsmålet ditt på førehand.

InspiraScan: I oppgåve 5 og 6 vil det vera mogleg å levera heile/delar av svaret på ark. Nedst i oppgåva finn du ein sjusifret kode. Fyll inn denne koden øvst til venstre på arkene du ønsker å levera. Det blir anbefalt å gjera dette undervegs i eksamen. Dersom du treng tilgang til kodane etter at eksamenstida har gått ut, må du klikka «Vis besvarelse».

Vekting av oppgåvene: Vekt ved sensur for kvar deloppgåve er angitt i oppgåvesettet.

Varslingar: Viss det oppstår behov for å gi beskjedar til kandidatane undervegs i eksamen (t.d. ved feil i oppgåvesettet), vil dette bli gjort via varslingar i Inspira. Eit varsel vil dukka opp som ein dialogboks på skjermen. Du kan finna igjen varselet ved å klikka på bjølla øvst til høgre.

Trekk frå/avbrotten eksamen: Blir du sjuk under eksamen, eller av andre grunnar ønsker å levera blankt/avbryta eksamen, gå til "hamburgarmenyen" i øvre høgre hjørne og vel «Lever blankt». Dette kan ikkje angrast sjølv om prøven framleis er open.

Tilgang til besvarelse: Etter eksamen finn du besvarelsen din i arkivet i Inspira. Merk at det kan ta éin virkedag før eventuelle handteikningar vil vera tilgjengelege i arkivet.

1 Oppgave 1

Observerte verdier av eit tilfeldig utval $X_1, X_2, \dots, X_5$ er gitt ved 3, 6, 7, -10, -1. Rekn ut følgjande storleikar og oppgi svaret avrunda med presisjonen til to desimalar.

Empirisk gjennomsnitt: .

Empirisk median:

Observert verdi av fjerde ordningsvariabel $X_{(4)}$:

Empirisk standardavvik:

Maks poeng: 10

2 Oppgave 2

Anta at $Z_1, Z_2, \dots, Z_{10}$ er uavhengige standardnormalfordelte stokastiske variable. La $V = \sum_{i=1}^{10} Z_i^2$. Finn følgjande storleikar og oppgi svaret avrunda med presisjonen til to desimalar:

$P(0 < Z_1 < 1)$:

$P(0 < Z_1 < 1 | Z_1 > 0)$:

$P(Z_1 + Z_2 < 2)$:

$E(V)$:

Ett tall q slik at $P(V > q) = 0.05$:

$\text{Var}(V)$:

Maks poeng: 15

3 Oppgave 3

Anta at vi trekker eit utval på 5 elevar frå ein skuleklasse beståande av 8 jenter og 12 gutar. Kvar elev kan berre trekkast éin gang og alle elevar har like stort sannsyn for å bli valt ved kvar trekning. La den stokastiske variabelen X vera tal jenter i utvalet. Finn følgjande storleikar og oppgi svaret avrunda til presisjonen til 2 desimalar. Hugs at det er lov å nytta tabell:

$E(X)$:

$\text{Var}(X)$:

Sannsynet for at det er færre jenter enn gutter i utvalet:

Sannsynet for at det er like mange jenter som gutar i utvalet:

Kor mange ikkje-ordna utval på 5 elevar kan vi trekka frå skuleklassen?

Maks poeng: 12.5

4 Oppgave 4

Anta at ein covid-19 hurtigtest gir positivt testresultat med sannsyn 0.8 for personar som er smitta og med sannsyn 0.01 for personar som ikkje er smitta. Anta at 5% av befolkninga er smitta på eit gitt tidspunkt og ein tilfeldig vald person blir testa. Rekn ut følgjande storleikar og oppgi svaret avrunda til presisjonen på tre desimalar.

Sannsynet for at vedkommande ikkje er smitta samtidig som testen er positiv:

Sannsynet for at testen er positiv

Sannsynet for at personen ikkje er smitta gitt at testen er positiv:

Maks poeng: 7.5

5 Oppgave 5

Eit vindkraftselskap vurderer å søka om konsesjon for bygging av ein vindkraftpark i eit område i nærleiken av Trondheim. Vi skal her anta at vindfarten (målt i meter per sekund) på gitte måletidspunkt er ein positiv kontinuerleg stokastisk variabel X med sannsynstettleik

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{x}{a^2} \exp(-\frac{x^2}{2a^2}) & \text{for } x \geq 0 \\ 0, & \text{for } x < 0. \end{cases}$$

For å vurdere lønnsmda av prosjektet måler vindselskapet vindfarten i området til $x_1, x_2, \dots, x_n$ på tilsammen $n = 50$ måletidspunkt. Det oppgis at $\sum_{i=1}^n x_i^2 = 11250$. Vi skal anta at målingane er uavhengige.

a) Finn kumulativ fordeling til X . Den aktuelle vindturbin typen genererer bare elektrisitet dersom vindhastigheten er større enn 3m/s. Dersom vi antar at parameteren $a = 8$ m/s, kva blir då sannsynet for at ein vindturbin ikkje genererer elektrisitet på eit gitt tidspunkt?

b) Vis at forventningsverdien til X (forventa vindhastighet) er gitt ved $E(X) = a\sqrt{\frac{\pi}{2}}$. Det oppgis at $\Gamma(\frac{3}{2}) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$.

c) Finn fordelinga til minimum av dei n målingane, altså første ordningsvariabel $X_{(1)}$ og bestem $P(X_{(1)} < 3)$ gitt at $n = 50$ og at a har samme verdi som i punkt a). Kombiner resultatet med det som er gitt i punkt b til å finne forventningsverdien også til $X_{(1)}$.

d) Vis at $Y = (\frac{X}{a})^2$ er kji-kvadratfordelt med 2 frihetsgrader. Kva fordeling har $\sum_{i=1}^n (\frac{x_i}{a})^2$?
Bruk dette og resultatet i punkt b til å utleie eit 95%-konfidensinterval for forventa vindhastighet EX og berekn intervallet for observasjonane gitt over.

Skriv svaret ditt her...

Format

B *I* U x_2 x^2 I_x Ω Σ



Words: 0

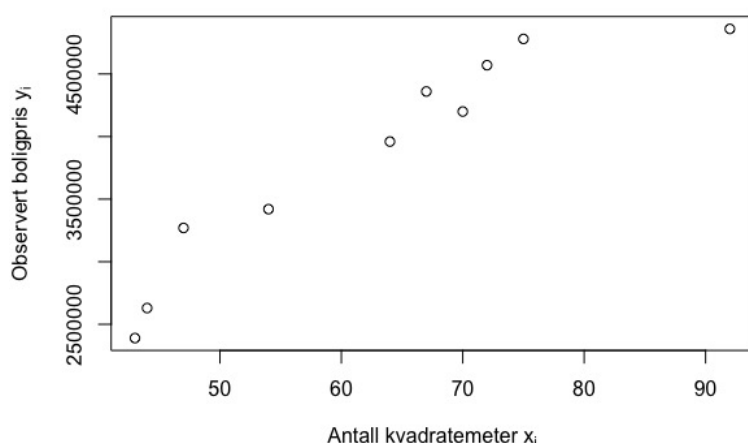
Maks poeng: 25

6 Oppgave 6

Ein eigedomsmeklar ønsker å undersøke korleis bustadpris Y_i (målt i kr) til ulike selde eigedommar avheng av tal kvadratmeter bustadareal x_i (målt i kvadratmeter). Han bruker ein regresjonsmodell kor han antar at

$$Y_i = \beta x_i + \epsilon_i,$$

kor feilleddene $\epsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ og uavhengige for $i = 1, 2, \dots, n$. Stigningstalet β kan då tolkast som det bustadkjøparar må forventa å betala per kvadratmeter. Eigedomsmeklaren har observasjonar på (y_i, x_i) på $n = 10$ solgte bustader i eit område i Trondheim vist i figuren under. Vi skal anta at parameteren $\sigma = 300000$ (målt i kroner). Det oppgis vidare at $\sum_{i=1}^n x_i y_i = 2.53 \cdot 10^9$, $\sum_{i=1}^n x_i^2 = 41668$ og $\sum_{i=1}^n 1/x_i^2 = 0.00301$.



a) Vis at sannsynsmaksimeringsestimatoren av β er $\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i Y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$. Er $\hat{\beta}$ forventningsrett? Finn variansen og fordelinga til $\hat{\beta}$. Berekn estimatet av $\hat{\beta}$ og tilhøyrande standardfeil gitt data over.

b) Ein alternativ estimator av β er $\hat{\beta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{Y_i}{x_i}$. Finn forventning, varians og fordeling også til denne estimatoren. Kva for ein av estimatorene $\hat{\beta}$ og $\hat{\beta}$ er å foretrekke under føresetnadene nevnt over?

c) Eigedomsmeklaren ønsker å undersøke om data gitt over gir grunnlag for å påstå at kvadratmeterprisen i det aktuelle området er større enn 60000kr. Formuler dette som ein hypotesetest og foreslå ein passende testobservator. Bestem testens forkastningsområde. Kva blir konklusjonen i testen gitt eit signifikansnivå $\alpha = 0.05$? Finn også testens p -verdi.

d) Finn teststyrken til hypotesetesten i punkt c) gitt at den faktiske kvadratmeterprisen er 65000kr.

Skriv svaret ditt her...

Format



Words: 0

Maks poeng: 30