i Forside

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i TMA4240 Statistikk

Eksamensdato: Torsdag 26. november 2020

Eksamenstid (fra-til): 09.00 – 13.00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: A / Alle hjelpemidler tillatt

Faglig kontakt under eksamen: Sara Martino og Håkon Tjelmeland
Tlf.: 44903330, 48221896

Teknisk hjelp under eksamen: NTNU Orakel
Tlf: 73 59 16 00

ANNEN INFORMASJON:

Gjør dine egne antagelser og presiser i besvarelsen hvilke forutsetninger du har lagt til grunn i tolkning/avgrensing av oppgaven. Faglig kontaktperson skal kun kontaktes dersom det er direkte feil eller mangler i oppgavesettet.

Lagring: Besvarelsen din i Inspera Assessment lagres automatisk hvert 15. sekund.

Juks/plagiat: Eksamen skal være et individuelt, selvstendig arbeid. Det er tillatt å bruke hjelpemidler. Under eksamen er det ikke tillatt å kommunisere med andre personer om oppgaven eller å distribuere utkast til svar. Slik kommunikasjon er å anse som juks.
Alle besvarelser blir kontrollert for plagiat. *Du kan lese mer om juks og plagiering på eksamen her*.

Varslinger: Hvis det oppstår behov for å gi beskjeder til kandidatene underveis i eksamen (f.eks. ved feil i oppgavesettet), vil dette bli gjort via varslinger i Inspera. Et varsel vil dukke opp som en dialogboks på skjermen i Inspera. Du kan finne igjen varselet ved å klikke på bjella øverst i høyre hjørne på skjermen. Det vil i tillegg bli sendt SMS til alle kandidater for å sikre at ingen går glipp av viktig informasjon. Ha mobiltelefonen din tilgjengelig.

Vekting av oppgavene: Vekting av oppgavene er spesifisert på hver enkelt oppgave.

OM LEVERING: En del av oppgavene krever at du laster opp filer med din løsning. Du skal laste opp en (og bare en) fil for hver av disse oppgavene. Alle filene må være i pdf-format! **Det anbefales sterkt at man laster opp en løsning straks man er ferdig med en oppgave. Man bør ikke laste opp alle løsningene helt på slutten av eksamenstiden, da dette lett kan føre til tekniske problemer.**

Filopplasting: Alle filer må være lastet opp i besvarelsen før eksamenstida går ut. Det er lagt til 30 minutter til ordinær eksamenstid for eventuell digitalisering av håndtegninger og opplasting av filer. (Tilleggstida inngår i gjenstående eksamenstid som vises øverst til venstre på skjermen.)

Slik digitaliserer du eventuelle håndtegninger
Slik lagrer du dokumentet ditt som PDF.
Slik fjerner du forfatterinformasjon fra filen(e) du skal levere.

NB! Det er ditt eget ansvar å påse at du laster opp riktig(e) fil(er). Kontroller filene du har lastet opp ved å klikke "Last ned" når du står i filopplastingsoppgaven. Alle filer kan fjernes og byttes ut så lenge prøven er åpen.

De ekstra 30 minuttene er forbeholdt innlevering. Får du tekniske problemer med opplasting/innlevering, må du ta kontakt for teknisk hjelp før eksamenstida løper ut. Kommer du ikke gjennom umiddelbart, hold linja til du får svar.

Besvarelsen din leveres automatisk når eksamenstida er ute og prøven stenger, forutsatt at minst én oppgave er besvart. Dette skjer selv om du ikke har klikket «Lever og gå tilbake til Dashboard» på siste side i oppgavesettet. Du kan gjenåpne og redigere besvarelsen din så lenge prøven er åpen. Dersom ingen oppgaver er besvart ved prøveslutt, blir ikke besvarelsen din levert. Dette vil anses som "ikke møtt" til eksamen.

Trekk fra eksamen: Blir du syk under eksamen, eller av andre grunner ønsker å levere blankt/trekke deg, gå til "hamburgermenyen" i øvre høyre hjørne og velg «Lever blankt». Dette kan ikke angres selv om prøven fremdeles er åpen.

Tilgang til besvarelse: Du finner besvarelsen din i Arkiv etter at sluttida for eksamen er passert.

1 1A

Innledning: La X og Y være uavhengige og normalfordelte stokastiske variabler. Anta at X har forventningsverdi 0.7 og standardavvik 0.5, og at Y har forventningsverdi -0.3 og standardavvik 0.5.

Oppgave: Fyll inn riktige verdier for følgende tre sannsynligheter. Angi verdi med to siffer etter komma.

$P(X \geq 1) =$ ☐

$P(X \leq 1.5 | X \geq 1) =$ ☐

$P(2X - Y > 1) =$ ☐

Maks poeng: 5

2 1B

Innledning: La X og Y være uavhengige og normalfordelte stokastiske variabler. Anta at X har forventningsverdi 0.6 og standardavvik 0.5, og at Y har forventningsverdi -0.3 og standardavvik 0.5.

Oppgave: Fyll inn riktige verdier for følgende tre sannsynligheter. Angi verdi med to siffer etter komma.

$P(X \geq 0.8) =$

$P(X \leq 1.5 | X \geq 0.8) =$

$P(2X - Y > 1) =$

Maks poeng: 5

3 1C

Innledning: La X og Y være uavhengige og normalfordelte stokastiske variabler. Anta at X har forventningsverdi 0.7 og standardavvik 0.5, og at Y har forventningsverdi -0.3 og standardavvik 0.8.

Oppgave: Fyll inn riktige verdier for følgende tre sannsynligheter. Angi verdi med to siffer etter komma.

$P(Y \geq 1) =$

$P(Y \leq 1.5 | Y \geq 1) =$

$P(X - 2Y > 1) =$

Maks poeng: 5

4 1D

Innledning: La X og Y være uavhengige og normalfordelte stokastiske variabler. Anta at X har forventningsverdi 0.7 og standardavvik 0.5, og at Y har forventningsverdi -0.3 og standardavvik 0.8.

Oppgave: Fyll inn riktige verdier for følgende tre sannsynligheter. Angi verdi med to siffer etter komma.

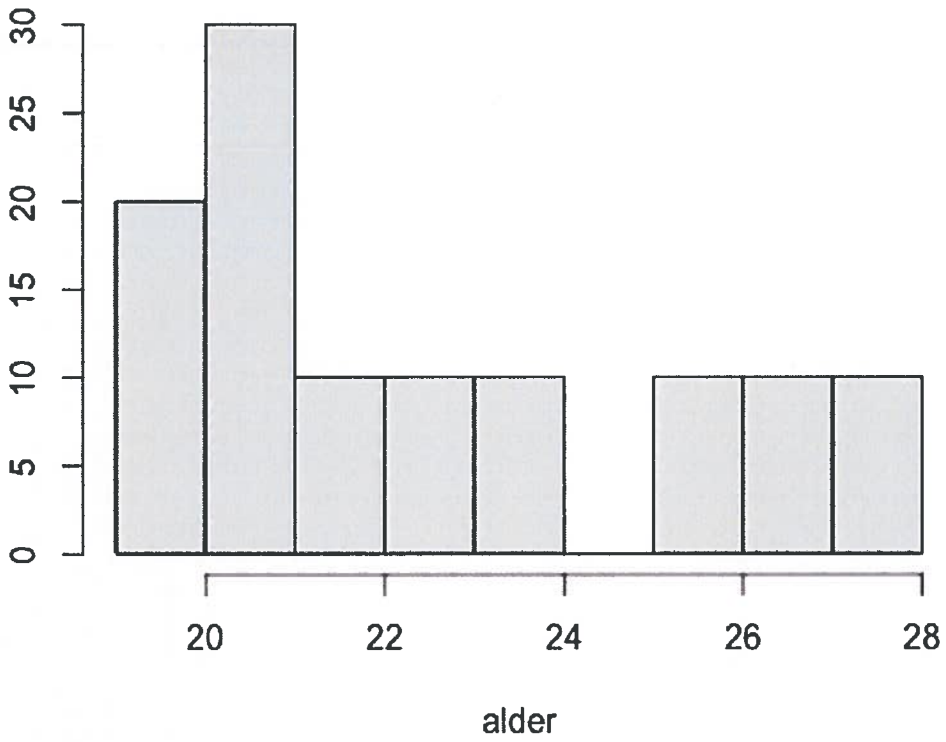
$P(Y \geq 0.9) =$

$P(Y \leq 1.5 | Y \geq 0.9) =$

$P(X - 2Y > 0.8) =$

Maks poeng: 5

5 2A



Innledning: Histogrammet over viser aldersfordelingen på personer som søker en bestemt stilling.

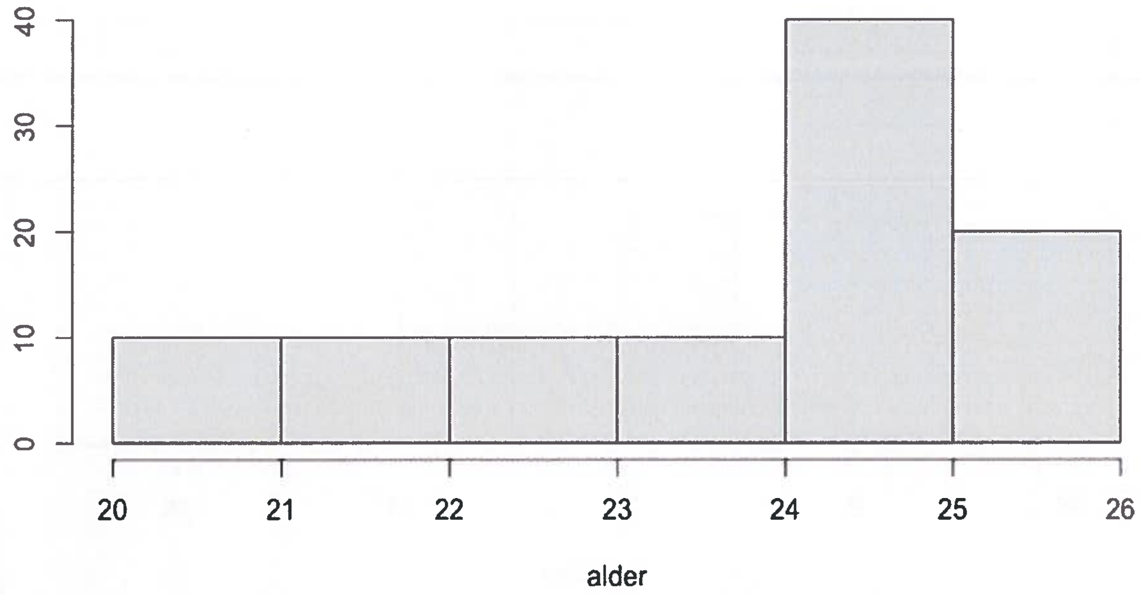
Oppgave: Hvilke(t) av følgende utsagn er sann(e)?

Velg ett eller flere alternativer

- Gjennomsnittet er mellom 22 og 23
- Den empiriske medianen er ca lik som gjennomsnittet
- Den empiriske medianen er mindre enn gjennomsnittet
- Den empiriske medianen er mellom 24 og 25
- Den empiriske medianen er større enn gjennomsnittet

Maks poeng: 5

6 2B



Innledning: Histogrammet over viser aldersfordelingen på personer som søker en bestemt stilling.

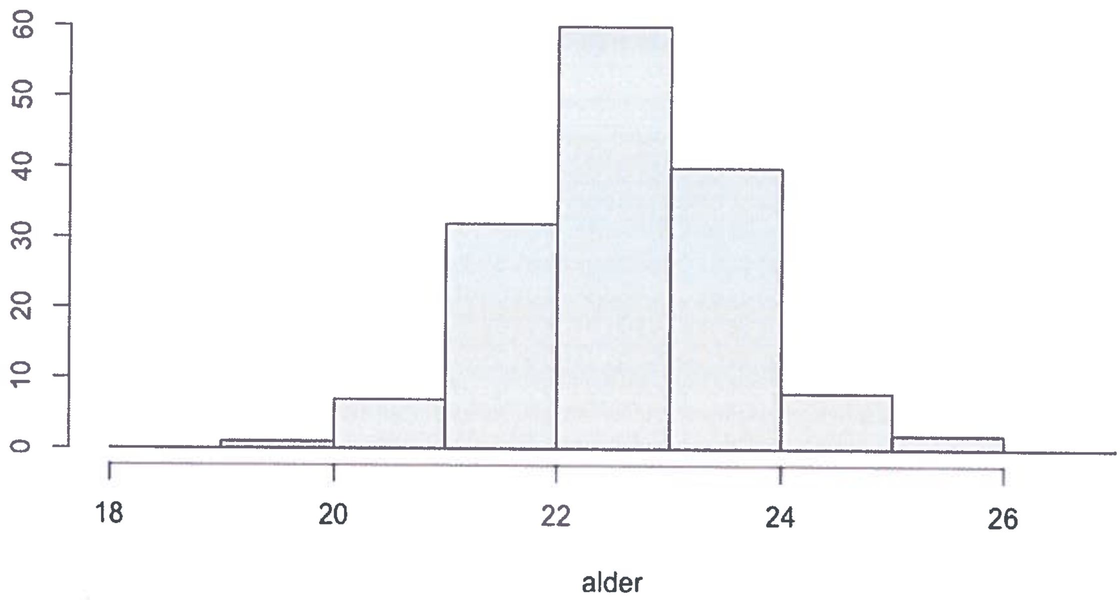
Oppgave: Hvilke(t) av følgende utsagn er sann(e)?

Velg ett eller flere alternativer

- Den empiriske medianen er mellom 24 og 25.
- Den empiriske medianen er ca lik som gjennomsnittet.
- Gjennomsnittet er mellom 22 og 23.
- Den empiriske medianen er mindre enn gjennomsnittet.
- Den empiriske medianen er større enn gjennomsnittet.

Maks poeng: 5

7 2C



Innledning: Histogrammet over viser aldersfordelingen på personer som søker en bestemt stilling.

Oppgave: Hvilke(t) av følgende utsagn er sann(e)?

Velg ett eller flere alternativer

- Den empiriske medianen er mellom 24 og 25
- Gjennomsnittet er mellom 22 og 23
- Den empiriske medianen er klart større enn gjennomsnittet.
- Den empiriske medianen er klart mindre enn gjennomsnittet.
- Den empiriske medianen er ca lik som gjennomsnittet.

Maks poeng: 5

8 3A

Innledning: La Y være poissonfordelt med forventning $\lambda = 10$.

Oppgave: Fyll inn riktige verdier for følgende tre sannsynligheter. Oppgi verdi med to siffer etter komma.

$P(Y = 7) =$

$P(Y \geq 8) =$

$P(Y < 10|Y \geq 8) =$

Maks poeng: 5

9 3B

Innledning: La X være geometrisk fordelt med parameter $p = 0.3$. Dvs at X har punktsannsynlighet

$$P(X = x) = p(1-p)^{x-1};\ x = 1, 2, \ldots$$

Oppgave: Fyll inn riktige verdier for følgende tre sannsynligheter. Angi verdi med to siffer etter komma.

$P(X = 5)$ =

$P(X \geq 3)$ =

$P(X < 5 | X \geq 3)$ =

Maks poeng: 5

10 3C

Innledning: La X være geometrisk fordelt med parameter $p = 0.1$. Dvs at X har punktsannsynlighet

$$P(X = x) = p(1 - p)^{x-1};\ x = 1, 2, \ldots$$

Oppgave: Fyll inn riktige verdier for følgende tre sannsynligheter. Angi verdi med to siffer etter komma.

$P(X = 5)$ =

$P(X \geq 3)$ =

$P(X < 5 | X \geq 3)$ =

Maks poeng: 5

11 3D

Innledning: La Y være poissonfordelt med forventning $\lambda = 5$.

Oppgave: Fyll inn riktige verdier for følgende tre sannsynligheter. Angi verdi med to siffer etter komma.

$P(Y = 1)$ =

$P(Y \geq 2)$ =

$P(Y < 4|Y \geq 2)$ =

Maks poeng: 5

12 4A

Innledning: La A, B og C være tre hendelser i et utfallsrom S.

Oppgave: Marker hvilke(t) av følgende utsagn som alltid er korrekt for tre hendelser $A, B, C \subseteq S$? *Hint: Tegn opp venndiagram og bruk dette til å finne hvilke utsagn som er korrekte.*

Velg ett eller flere alternativer

- $(A \cap B) \cap C' = (A \cap C') \cap (B \cap C')$
- $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$
- $(A \cap B)' \cup C = (A \cap B) \cap C'$
- $(A \cap B)' = A' \cap B'$
- $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
- $A \setminus (B \cup C) = (A \cap B') \cap C'$

Maks poeng: 5

13 4B

Innledning: La A, B og C være tre hendelser i et utfallsrom S.

Oppgave: Marker hvilke(t) av følgende utsagn som alltid er korrekt for tre hendelser $A, B, C \subseteq S$? *Hint: Tegn opp venndiagram og bruk dette til å finne hvilke utsagn som er korrekte.*

Velg ett eller flere alternativer

- $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
- $(A \cap B) \cap C' = (A \cap B)' \cup C$
- $A \setminus (B \cup C) = (A \cap B') \cap C'$
- $(A \cap B) \cap C' = (A \cap C') \cap (B \cap C')$
- $(A \cap B)' = A' \cap B'$
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$

Maks poeng: 5

14 4C

Innledning: La A, B og C være tre hendelser i et utfallsrom S.

Oppgave: Marker hvilke(t) av følgende utsagn som alltid er korrekt for tre hendelser $A, B, C \subseteq S$? *Hint: Tegn opp venndiagram og bruk dette til å finne hvilke utsagn som er korrekte.*

Velg ett eller flere alternativer

- $(A \cap B)' \cup C = (A \cap B) \cap C'$
- $(A \cap B)' = A' \cap B'$
- $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$
- $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
- $(A \cap B') \cap C' = A \setminus (B \cup C)$
- $(A \cap C') \cap (B \cap C') = (A \cap B) \cap C'$

Maks poeng: 5

15 4D

Innledning: La A, B og C være tre hendelser i et utfallsrom S.

Oppgave: Marker hvilke(t) av følgende utsagn som alltid er korrekt for tre hendelser $A, B, C \subseteq S$? *Hint: Tegn opp venndiagram og bruk dette til å finne hvilke utsagn som er korrekte.*

Velg ett eller flere alternativer

- $(A \cap B)' = A' \cap B'$
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$
- $(A \cap B') \cap C' = A \setminus (B \cup C)$
- $(A \cap B) \cap C' = (A \cap C') \cap (B \cap C')$
- $(A \cap B)' \cup C = (A \cap B) \cap C'$
- $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

Maks poeng: 5

16 5A

Innledning: La X være en stokastisk variabel men sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} 1+x & \text{for } x \in (-1,0), \\ 1-x & \text{for } x \in (0,1), \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Oppgave: Fyll inn riktige verdier for følgende tre sannsynligheter. Angi verdi med to siffer etter komma.

$P(X > 0.3) =$ ☐

$P(X < -0.2) =$ ☐

$P(X > -0.2 | X < 0.3) =$ ☐

Maks poeng: 5

17 5B

Innledning: La X være en stokastisk variabel men sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\exp(x) & \text{for } -\ln(2) < x \leq 0, \\ \frac{1}{2}(x+1) & \text{for } 0 < x < 1, \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Oppgave: Fyll inn riktige verdier for følgende tre sannsynligheter. Angi verdi med to siffer etter komma.

$P(X > 0.5)$ =

$P(X < 0.2)$ =

$P(X > 0.2 | X < 0.5)$ =

Maks poeng: 5

18 5C

Innledning: La X være en stokastisk variabel men sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\exp(x) & \text{for } -\ln(2) < x \leq 0, \\ \frac{1}{2}(x+1) & \text{for } 0 < x < 1, \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Oppgave: Fyll inn riktige verdier for følgende tre sannsynligheter. Angi verdi med to siffer etter komma.

$P(X > 0.3)$ =

$P(X < -0.2)$ =

$P(X > -0.2 | X < 0.3)$ =

Maks poeng: 5

19 5D

Innledning: La X være en stokastisk variabel men sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} 1+x & \text{for } x \in (-1,0), \\ 1-x & \text{for } x \in (0,1), \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Oppgave: Fyll inn verdier for følgende tre sannsynligheter. Angi verdi med to siffer etter komma.

$P(X > 0.4)$ =

$P(X < 0.2)$ =

$P(X > 0.2 | X < 0.4)$ =

Maks poeng: 5

20 6A

Innledning: La X være en stokastisk variabel med fordeling

$$f(x) = \begin{cases} 2x\exp(-x^2) & \text{for } x > 0, \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Oppgave: Finn medianen til X. Angi verdien med to siffer etter komma.

Medianen = ☐

Maks poeng: 5

21 6B

Innledning: La X være en stokastisk variabel med fordeling

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}(4x+1) & \text{for } x \in (0,1), \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Oppgave: Finn den tredje kvartilen til X. Angi verdien med to siffer etter komma.

Tredje kvartil =

Maks poeng: 5

22 6C

Innledning: La X være en stokastisk variabel med fordeling

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 \exp(-x^3) & \text{for } x > 0 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

Oppgave: Finn den første kvartilen til X. Angi verdien med to siffer etter komma.

Første kvartil =

Maks poeng: 5

23 6D

Innledning: La X være en stokastisk variabel med fordeling

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}(4x+1) & \text{for } x \in (0,1), \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Oppgave: Finn medianen til X. Angi verdien med to siffer etter komma.

Medianen =

Maks poeng: 5

24 7A

Innledning: Anta at vi har en urne med 20 kuler. Av disse 20 kulene er 8 røde, 10 er gule og resten er blå. Anta videre at vi trekker ut 11 kuler tilfeldig uten tilbakelegging.

Oppgave: Dersom man ikke tar hensyn til rekkefølgen kulene blir trukket ut, på hvor mange måter kan man trekke ut

- nøyaktig 5 røde kuler? Angi svaret som et heltall.
- nøyaktig 5 røde kuler eller nøyaktig 5 gule kuler (eller både nøyaktig 5 røde kuler og nøyaktig 5 gule kuler)? Angi svaret som et heltall.

Maks poeng: 5

25 7B

Innledning: Anta at vi har en urne med 20 kuler. Av disse 20 kulene er 9 røde, 6 er gule og resten er blå. Anta videre at vi trekker ut 13 kuler tilfeldig uten tilbakelegging.

Oppgave: Dersom man ikke tar hensyn til rekkefølgen kulene blir trukket ut, på hvor mange måter kan man trekke ut

- nøyaktig 5 røde kuler? Angi svaret som et heltall.
- nøyaktig 5 røde kuler eller nøyaktig 5 gule kuler (eller både nøyaktig 5 røde kuler og nøyaktig 5 gule kuler)? Angi svaret som et heltall.

Maks poeng: 5

26 7C

Innledning: Anta at vi har en urne med 20 kuler. Av disse 20 kulene er 6 røde, 6 er gule og resten er blå. Anta videre at vi trekker ut 15 kuler tilfeldig uten tilbakelegging.

Oppgave: Dersom man ikke tar hensyn til rekkefølgen kulene blir trukket ut, på hvor mange måter kan man trekke ut

- nøyaktig 5 røde kuler? Angi svaret som et heltall.
- nøyaktig 5 røde kuler eller nøyaktig 5 gule kuler (eller både nøyaktig 5 røde kuler og nøyaktig 5 gule kuler)? Angi svaret som et heltall.

Maks poeng: 5

27 7D

Innledning: Anta at vi har en urne med 20 kuler. Av disse 20 kulene er 5 røde, 7 er gule og resten er blå. Anta videre at vi trekker ut 12 kuler tilfeldig uten tilbakelegging.

Oppgave: Dersom man ikke tar hensyn til rekkefølgen kulene blir trukket ut, på hvor mange måter kan man trekke ut

- nøyaktig 5 røde kuler? Angi svaret som et heltall.
- nøyaktig 5 røde kuler eller nøyaktig 5 gule kuler (eller både nøyaktig 5 røde kuler og nøyaktig 5 gule kuler)? Angi svaret som et heltall.

Maks poeng: 5

28 8A

Innledning: La X_1 og X_2 være to avhengige stokastiske variabler med $\mathrm{E}[X_1] = 0$, $\mathrm{E}[X_2] = -1$, $\mathrm{Var}[X_1] = 2$, $\mathrm{Var}[X_2] = 2$ og $\mathrm{Cov}[X_1, X_2] = 1$. Anta videre at vi har en stokastisk variabel Y som er uavhengig av X_1 og X_2 og som har $\mathrm{E}[Y] = 3$ og $\mathrm{Var}[Y] = 2$.

La stokastiske variabler Z_1 og Z_2 være gitt som

$$Z_1 = X_1 + 2Y \quad \text{og} \quad Z_2 = 3X_1 + 2X_2 - 4Y.$$

Oppgave: Finn forventningsverdi og varians for Z_1 og for Z_2. Angi tallene som heltall.

$\mathrm{E}[Z_1] =$ ☐

$\mathrm{Var}[Z_1] =$ ☐

$\mathrm{E}[Z_2] =$ ☐

$\mathrm{Var}[Z_2] =$ ☐

Maks poeng: 5

29 8B

Innledning: La X_1 og X_2 være to avhengige stokastiske variabler med $\mathrm{E}[X_1] = 0$, $\mathrm{E}[X_2] = -1$, $\mathrm{Var}[X_1] = 3$, $\mathrm{Var}[X_2] = 2$ og $\mathrm{Cov}[X_1, X_2] = 1$. Anta videre at vi har en stokastisk variabel Y som er uavhengig av X_1 og X_2 og som har $\mathrm{E}[Y] = 3$ og $\mathrm{Var}[Y] = 2$.

La stokastiske variabler Z_1 og Z_2 være gitt som

$$Z_1 = 3X_1 + Y \quad \text{og} \quad Z_2 = X_1 - 4X_2 + 2Y.$$

Oppgave: Finn forventningsverdi og varians for Z_1 og for Z_2. Angi tallene som heltall.

$\mathrm{E}[Z_1] =$

$\mathrm{Var}[Z_1] =$

$\mathrm{E}[Z_2] =$

$\mathrm{Var}[Z_2] =$

Maks poeng: 5

30 8C

Innledning: La X_1 og X_2 være to avhengige stokastiske variabler med $\mathrm{E}[X_1] = 0$, $\mathrm{E}[X_2] = -2$, $\mathrm{Var}[X_1] = 3$, $\mathrm{Var}[X_2] = 2$ og $\mathrm{Cov}[X_1, X_2] = 1$. Anta videre at vi har en stokastisk variabel Y som er uavhengig av X_1 og X_2 og som har $\mathrm{E}[Y] = 3$ og $\mathrm{Var}[Y] = 2$.

La stokastiske variabler Z_1 og Z_2 være gitt som

$$Z_1 = X_2 + 2Y \quad \text{og} \quad Z_2 = 8X_1 + 2X_2 - Y.$$

Oppgave: Finn forventningsverdi og varians for Z_1 og for Z_2. Angi tallene som heltall.

$\mathrm{E}[Z_1] =$ ☐

$\mathrm{Var}[Z_1] =$ ☐

$\mathrm{E}[Z_2] =$ ☐

$\mathrm{Var}[Z_2] =$ ☐

Maks poeng: 5

31 9A

Innledning: Anta at vi har uavhengige kontinuerlig fordelte stokastiske variabler $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ der sannsynlighetsfordelingen til Y_i er gitt ved

$$f_{Y_i}(y_i) = \begin{cases} \frac{\lambda^4 x_i^4}{6} y_i^3 e^{-\lambda x_i y_i} & \text{for } y_i \geq 0, \\ 0 & \text{ellers,} \end{cases}$$

der $x_i \geq 0$ er et kjent tall og $\lambda > 0$ er en parameter. Det oppgis at tilhørende momentgenererende funksjon til Y_i er

$$M_{Y_i}(t) = \left(\frac{1}{1-\frac{t}{\lambda x_i}}\right)^4.$$

La en stokastisk variabel Z være definert ved

$$Z = \sum_{i=1}^n x_i Y_i.$$

Oppgave: Bestem ved hjelp av momentgenererende funksjoner hvilken av følgende sannsynlighetsfordelinger Z har.

Velg ett alternativ:

- Kjikvadratfordelt med $2n$ frihetsgrader.
- Gammafordelt med $\alpha = 4n$ og $\beta = \lambda$.
- T-fordelt med $4n$ frihetsgrader.
- Kjikvadratfordelt med $8n$ frihetsgrader.
- Gammafordelt med $\alpha = 4n$ og $\beta = \frac{1}{\lambda}$.
- T-fordelt med $2n$ frihetsgrader.
- Kjikvadratfordelt med $4n$ frihetsgrader.

Maks poeng: 5

32 **9B**

Innledning: Anta at vi har uavhengige kontinuerlig fordelte stokastiske variabler $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ der sannsynlighetsfordelingen til Y_i er gitt ved

$$f_{Y_i}(y_i) = \begin{cases} \frac{\theta^3 x_i^3}{2} y_i^2 e^{-\theta x_i y_i} & \text{for } y_i \geq 0, \\ 0 & \text{ellers,} \end{cases}$$

der $x_i \geq 0$ er et kjent tall og $\theta > 0$ er en parameter. Det oppgis at tilhørende momentgenererende funksjon til Y_i er

$$M_{Y_i}(t) = \left(\frac{1}{1-\frac{t}{\theta x_i}}\right)^3.$$

La en stokastisk variabel Z være definert ved

$$Z = \sum_{i=1}^n x_i Y_i.$$

Oppgave: Bestem ved hjelp av momentgenererende funksjoner hvilken av følgende sannsynlighetsfordelinger Z har.

Velg ett alternativ:

Kjikvadratfordelt med $3n/2$ frihetsgrader.

Kjikvadratfordelt med $6n$ frihetsgrader.

Gammafordelt med $\alpha = 3n$ og $\beta = \theta$.

Gammafordelt med $\alpha = 3n$ og $\beta = \frac{1}{\theta}$.

T-fordelt med $3n$ frihetsgrader.

Kjikvadratfordelt med $3n$ frihetsgrader.

T-fordelt med $3n/2$ frihetsgrader.

Maks poeng: 5

33 9C

Innledning: Anta at vi har uavhengige kontinuerlig fordelte stokastiske variabler $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ der sannsynlighetsfordelingen til Y_i er gitt ved

$$f_{Y_i}(y_i) = \begin{cases} \lambda^2 v_i^2 y_i e^{-\lambda v_i y_i} & \text{for } y_i \geq 0, \\ 0 & \text{ellers,} \end{cases}$$

der $v_i \geq 0$ er et kjent tall og $\lambda > 0$ er en parameter. Det oppgis at tilhørende momentgenererende funksjon til Y_i er

$$M_{Y_i}(t) = \left(\frac{1}{1-\frac{t}{\lambda v_i}}\right)^2.$$

La en stokastisk variabel Z være definert ved

$$Z = \sum_{i=1}^{n} v_i Y_i.$$

Oppgave: Bestem ved hjelp av momentgenererende funksjoner hvilken av følgende sannsynlighetsfordelinger Z har.

Velg ett alternativ:

T-fordelt med n frihetsgrader.

T-fordelt med $2n$ frihetsgrader.

Gammafordelt med $\alpha = 2n$ og $\beta = \frac{1}{\lambda}$.

Gammafordelt med $\alpha = 2n$ og $\beta = \lambda$.

Kjikvadratfordelt med n frihetsgrader.

Kjikvadratfordelt med $2n$ frihetsgrader.

Kjikvadratfordelt med $4n$ frihetsgrader.

Maks poeng: 5

34 10A

Innledning: La X være en stokastisk variabel med sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } x \in (0,1), \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

La en ny stokastisk variabel Y være gitt som $Y = X(1-X)$.

Oppgave:

- Finn den kumulative fordelingen til Y.
- Finn sannsynlighetstettheten til Y.

Merk: Du skal her laste opp en pdf-fil som inneholder bilde(r) av din **håndskrevne** løsning av oppgaven. Ved sensurering av denne oppgaven vil det bli lagt vekt på at besvarelsen er fornuftig og logisk ført og at utregningen inneholder all naturlig mellomregning.

Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er **50 GB**.

Velg fil for opplasting

Maks poeng: 10

35 **10B**

Innledning: La X være en stokastisk variabel med sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8}x & \text{for } x \in (0,4), \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

La en ny stokastisk variabel Y være gitt ved $Y = X^2 - 4$.

Oppgave:

- Finn den kumulative fordelingen til Y.
- Finn sannsynlighetstettheten til Y.

Merk: Du skal her laste opp en pdf-fil som inneholder bilde(r) av din **håndskrevne** løsning av oppgaven. Ved sensurering av denne oppgaven vil det bli lagt vekt på at besvarelsen er fornuftig og logisk ført og at utregningen inneholder all naturlig mellomregning.

Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er **50 GB**.

Velg fil for opplasting

Maks poeng: 10

36 10C

Innledning: La X være en stokastisk variabel med sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} 1/4 & \text{for } x \in (0,4), \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

La en ny stokastisk variabel Y være gitt som $Y = X^2 - 4$.

Oppgave:

- Finn den kumulative fordelingen til Y .
- Finn sannsynlighetstettheten til Y.

Merk: Du skal her laste opp en pdf-fil som inneholder bilde(r) av din **håndskrevne** løsning av oppgaven. Ved sensurering av denne oppgaven vil det bli lagt vekt på at besvarelsen er fornuftig og logisk ført og at utregningen inneholder all naturlig mellomregning.

Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er **50 GB**.

Velg fil for opplasting

Maks poeng: 10

37 10D

Innledning: La X være en stokastisk variabel med sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{for } x \in (0,1), \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

La en ny stokastisk variabel Y være gitt som $Y = X(1-X)$.

Oppgave:

- Finn den kumulative fordelingen til Y .
- Finn sannsynlighetstettheten til Y.

Merk: Du skal her laste opp en pdf-fil som inneholder bilde(r) av din **håndskrevne** løsning av oppgaven. Ved sensurering av denne oppgaven vil det bli lagt vekt på at besvarelsen er fornuftig og logisk ført og at utregningen inneholder all naturlig mellomregning.

Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er **50 GB**.

Velg fil for opplasting

Maks poeng: 10

38 11A

Innledning: Anta at $X_1, X_2, \ldots, X_n$ er et tilfeldig utvalg fra en $f(x;\theta)$-populasjon der

$$f(x;\theta) = \begin{cases} \theta e^{x-\theta e^x} & \text{for } x \geq 0, \\ 0 & \text{ellers,} \end{cases}$$

der $\theta > 0$ er en parameter. Anta at verdien til θ er ukjent og at vi ønsker å estimere dens verdi basert på observerte verdier $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Oppgave: Utled sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren $\hat{\theta}$ basert på $X_1, X_2, \ldots, X_n$.

Merk: Du skal her laste opp en pdf-fil som inneholder bilde(r) av din **håndskrevne** løsning av oppgaven. Ved sensurering av denne oppgaven vil det bli lagt vekt på at besvarelsen er fornuftig og logisk ført og at utregningen inneholder all naturlig mellomregning.

Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er **50 GB**.

Velg fil for opplasting

Maks poeng: 10

39 11B

Innledning: Anta at $X_1, X_2, \ldots, X_n$ er et tilfeldig utvalg fra en $f(x;\theta)$-populasjon der

$$f(x;\theta) = \begin{cases} \frac{\theta}{x} e^{\theta \ln x} & \text{for } x \in (0,1), \\ 0 & \text{ellers,} \end{cases}$$

der $\theta > 0$ er en parameter. Anta at verdien til θ er ukjent og at vi ønsker å estimere dens verdi basert på observerte verdier $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Oppgave: Utled sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren $\hat{\theta}$ basert på $X_1, X_2, \ldots, X_n$.

Merk: Du skal her laste opp en pdf-fil som inneholder bilde(r) av din **håndskrevne** løsning av oppgaven. Ved sensurering av denne oppgaven vil det bli lagt vekt på at besvarelsen er fornuftig og logisk ført og at utregningen inneholder all naturlig mellomregning.

Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er **50 GB**.

Velg fil for opplasting

Maks poeng: 10

40 11C

Innledning: Anta at $X_1, X_2, \ldots, X_n$ er et tilfeldig utvalg fra en $f(x;\theta)$-populasjon der

$$f(x;\theta) = \begin{cases} \frac{4}{\theta} x^3 e^{-\frac{x^4}{\theta}} & \text{for } x \geq 0\,, \\ 0 & \text{ellers,} \end{cases}$$

der $\theta > 0$ er en parameter. Anta at verdien til θ er ukjent og at vi ønsker å estimere dens verdi basert på observerte verdier $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Oppgave: Utled sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren $\hat{\theta}$ basert på $X_1, X_2, \ldots, X_n$.

Merk: Du skal her laste opp en pdf-fil som inneholder bilde(r) av din **håndskrevne** løsning av oppgaven. Ved sensurering av denne oppgaven vil det bli lagt vekt på at besvarelsen er fornuftig og logisk ført og at utregningen inneholder all naturlig mellomregning.

Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er **50 GB**.

Velg fil for opplasting

Maks poeng: 10

41 11D

Innledning: Anta at $X_1, X_2, \ldots, X_n$ er et tilfeldig utvalg fra en $f(x;\theta)$-populasjon der

$$f(x;\theta) = \begin{cases} \frac{3}{\theta x}(\ln x)^2 e^{\frac{(\ln x)^3}{\theta}} & \text{for } x \in (0,1), \\ 0 & \text{ellers,} \end{cases}$$

der $\theta > 0$ er en parameter. Anta at verdien til θ er ukjent og at vi ønsker å estimere dens verdi basert på observerte verdier $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Oppgave: Utled sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren $\hat{\theta}$ basert på $X_1, X_2, \ldots, X_n$.

Merk: Du skal her laste opp en pdf-fil som inneholder bilde(r) av din **håndskrevne** løsning av oppgaven. Ved sensurering av denne oppgaven vil det bli lagt vekt på at besvarelsen er fornuftig og logisk ført og at utregningen inneholder all naturlig mellomregning.

Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er **50 GB**.

Velg fil for opplasting

Maks poeng: 10

42 12A

Innledning: La $Y_i, i = 1, 2$ være to diskrete stokastiske variabler med punktsannsynlighet

$$P(Y_i = y_i) = \frac{(t_i\lambda)^{y_i}}{y_i!}\exp(-t_i\lambda) \text{ for } y_i = 0, 1, 2\ldots,$$

hvor $\lambda > 0$ er en parameter, og $t_1 = 2$ og $t_2 = 5$. Det oppgis at $\mathrm{E}[Y_i] = \lambda t_i$ og $\mathrm{Var}[Y_i] = \lambda t_i$ for $i = 1, 2$.

Verdien til λ er ukjent og for å estimere verdien til λ er følgende to estimatorer foreslått,

$$\widehat{\lambda} = \frac{t_1Y_1 + t_2Y_2}{t_1^2 + t_2^2} \text{ og } \tilde{\lambda} = \frac{Y_1 + Y_2}{t_1 + t_2}.$$

Oppgave:

- Finn forventning og varians til $\widehat{\lambda}$ og $\tilde{\lambda}$.
- Hvilken av de to estimatorene vil du foretrekke for å estimere λ? Begrunn svaret.

Merk: Du skal her laste opp en pdf-fil som inneholder bilde(r) av din **håndskrevne** løsning av oppgaven. Ved sensurering av denne oppgaven vil det bli lagt vekt på at besvarelsen er fornuftig og logisk ført og at utregningen inneholder all naturlig mellomregning.

Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er **50 GB**.

Velg fil for opplasting

Maks poeng: 5

43 12B

Innledning: La X og Y være to kontinuerlig fordelte stokastiske variabler med sannsynlighetstetthet henholdsvis

$$f_X(x;\lambda) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda^2} x \exp(-x/\lambda) & \text{for } x > 0, \\ 0 & \text{ellers,} \end{cases}$$
$$f_Y(y;\lambda) = \begin{cases} \frac{1}{4\lambda^2} y \exp(-y/2\lambda) & \text{for } y > 0, \\ 0 & \text{ellers,} \end{cases}$$

hvor λ er en parameter. Det oppgis at $\mathrm{E}[X] = 2\lambda, \mathrm{Var}[X] = 2\lambda^2$ og $\mathrm{E}[Y] = 4\lambda, \mathrm{Var}[Y] = 8\lambda^2$.

Verdien til λ er ukjent og følgende to estimatorer er foreslått for å estimere λ,

$$\widehat{\lambda} = \frac{X}{2}, \text{ og } \tilde{\lambda} = \frac{1}{2}\left(\frac{X}{2} + \frac{Y}{4}\right)$$

Oppgave:

- Finn forventning og varians til $\widehat{\lambda}$ og $\tilde{\lambda}$
- Hvilken av de to estimatorene ville du foretrekke for å estimere λ? Begrunn svaret.

Merk: Du skal her laste opp en pdf-fil som inneholder bilde(r) av din **håndskrevne** løsning av oppgaven. Ved sensurering av denne oppgaven vil det bli lagt vekt på at besvarelsen er fornuftig og logisk ført og at utregningen inneholder all naturlig mellomregning.

Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er **50 GB**.

Velg fil for opplasting

Maks poeng: 5

44 13A

Innledning: Anta at $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ er uavhengige stokastiske variabler og at

$$Y_i \sim \mathrm{N}(\alpha x_i^2, \sigma^2 x_i),$$

der α og σ^2 er parametre, mens $x_1, x_2, \ldots, x_n$ er kjente tall. Vi skal i denne oppgaven anta at verdien til α er ukjent, mens verdien til σ^2 er kjent.

Det oppgis at sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren for α da er gitt som

$$\widehat{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i Y_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^3}.$$

La $y_1, y_2, \ldots, y_n$ betegne verdiene vi har observert for de stokastiske variablene $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$.

Oppgave: Utled, med utgangspunt i estimatoren $\widehat{\alpha}$, et 95%-konfidensintervall for α. Uttrykk svaret som en funksjon av $x_1, x_2, \ldots, x_n$, de observerte verdiene $y_1, y_2, \ldots, y_n$ og den antatt kjente verdien σ^2.

Merk: Du skal her laste opp en pdf-fil som inneholder bilde(r) av din **håndskrevne** løsning av oppgaven. Ved sensurering av denne oppgaven vil det bli lagt vekt på at besvarelsen er fornuftig og logisk ført og at utregningen inneholder all naturlig mellomregning.

Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er **50 GB**.

Velg fil for opplasting

Maks poeng: 5

45 13B

Innledning: Anta at $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ er uavhengige stokastiske variabler og at

$$Y_i \sim \mathrm{N}(\beta \ln(x_i), \sigma^2 x_i^2),$$

der β og σ^2 er parametre, mens $x_1, x_2, \ldots, x_n$ er kjente tall. Vi skal i denne oppgaven anta at verdien til β er ukjent, mens verdien til σ^2 er kjent.

Det oppgis at sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren for β da er gitt som

$$\widehat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i \frac{\ln(x_i)}{x_i^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{(\ln(x_i))^2}{x_i^2}}.$$

La $y_1, y_2, \ldots, y_n$ betegne verdiene vi har observert for de stokastiske variablene $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$.

Oppgave: Utled, med utgangspunt i estimatoren $\widehat{\beta}$, et 95%-konfidensintervall for β. Uttrykk svaret som en funksjon av $x_1, x_2, \ldots, x_n$, de observerte verdiene $y_1, y_2, \ldots, y_n$ og den antatt kjente verdien σ^2.

Merk: Du skal her laste opp en pdf-fil som inneholder bilde(r) av din **håndskrevne** løsning av oppgaven. Ved sensurering av denne oppgaven vil det bli lagt vekt på at besvarelsen er fornuftig og logisk ført og at utregningen inneholder all naturlig mellomregning.

Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er **50 GB**.

Velg fil for opplasting

Maks poeng: 5

46 13C

Innledning: Anta at $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ er uavhengige stokastiske variabler og at

$$Y_i \sim \mathrm{N}(\theta x_i(1-x_i), \sigma^2 x_i),$$

der θ og σ^2 er parametre, mens $x_1, x_2, \ldots, x_n$ er kjente tall. Vi skal i denne oppgaven anta at verdien til θ er ukjent, mens verdien til σ^2 er kjent.

Det oppgis at sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren for θ da er gitt som

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i(1-x_i)}{\sum_{i=1}^{n} x_i(1-x_i)^2}.$$

La $y_1, y_2, \ldots, y_n$ betegne verdiene vi har observert for de stokastiske variablene $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$.

Oppgave: Utled, med utgangspunt i estimatoren $\hat{\theta}$, et 95%-konfidensintervall for θ. Uttrykk svaret som en funksjon av $x_1, x_2, \ldots, x_n$, de observerte verdiene $y_1, y_2, \ldots, y_n$ og den antatt kjente verdien σ^2.

Merk: Du skal her laste opp en pdf-fil som inneholder bilde(r) av din **håndskrevne** løsning av oppgaven. Ved sensurering av denne oppgaven vil det bli lagt vekt på at besvarelsen er fornuftig og logisk ført og at utregningen inneholder all naturlig mellomregning.

Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er **50 GB**.

Velg fil for opplasting

Maks poeng: 5

47 14A

Innledning: En produsent av vaskemaskiner påstår at gjennomsnittlig levetid, μ, for sine vaskemaskiner er 5 år. En gruppe kunder mistenker at dette ikke stemmer og at levetiden er mindre enn hva produsenten påstår.

Oppgave: Hvilken nullhypotese, H_0, og alternativ hypotese, H_1, bør kundegruppen benytte i en slik situasjon?

Velg ett alternativ:

- $H_0 : \mu = 5 \text{ mot } H_1 : \mu > 5$
- $H_0 : \mu > 5 \text{ mot } H_1 : \mu = 5$
- $H_0 : \mu > 5 \text{ mot } H_1 : \mu \neq 5$
- $H_0 : \mu = 5 \text{ mot } H_1 : \mu < 5$
- $H_0 : \mu = 5 \text{ mot } H_1 : \mu \neq 5$
- $H_0 : \mu \neq 5 \text{ mot } H_1 : \mu = 5$

Maks poeng: 5

48 14B

Innledning: Vi vet at gjennomsnittlig vekt for rever i Trøndelag har vært $\mu = 5$ kg. Vi mistenker at gjennomsnittsvekten i det siste har forandret seg.

Oppgave: Hvilken nullhypotese, H_0, og alternativ hypotese, H_1, bør man benytte i denne situasjonen?

Velg ett alternativ:

- $H_0 : \mu \neq 5 \text{ mot } H_1 : \mu = 5$
- $H_0 : \mu > 5 \text{ mot } H_1 : \mu \neq 5$
- $H_0 : \mu = 5 \text{ mot } H_1 : \mu > 5$
- $H_0 : \mu > 5 \text{ mot } H_1 : \mu = 5$
- $H_0 : \mu = 5 \text{ mot } H_1 : \mu < 5$
- $H_0 : \mu = 5 \text{ mot } H_1 : \mu \neq 5$

Maks poeng: 5

49 14C

Innledning: Ola dyrker tomater. De siste årene har han i gjennomsnitt plukket μ =5 kg tomater per år i hagen sin. Han har i år vært på et dyrkekurs og påstår nå at hans produksjon har økt.

Oppgave: Hvilken nullhypotese, H_0, og alternativ hypotese, H_1, er best egnet i denne situasjonen?

Velg ett alternativ:

- $H_0 : \mu = 5 \text{ mot } H_1 : \mu > 5$
- $H_0 : \mu > 5 \text{ mot } H_1 : \mu = 5$
- $H_0 : \mu = 5 \text{ mot } H_1 : \mu < 5$
- $H_0 : \mu > 5 \text{ mot } H_1 : \mu \neq 5$
- $H_0 : \mu \neq 5 \text{ mot } H_1 : \mu = 5$
- $H_0 : \mu = 5 \text{ mot } H_1 : \mu \neq 5$

Maks poeng: 5

50 15A

Innledning: Anta at $X_1, X_2, \ldots, X_n$ er et tilfeldig utvalg fra $f(x;\theta)$-populasjonen der

$$f(x_i;\theta) = \begin{cases} \frac{1}{2\theta^3} x_i^2 e^{-\frac{x_i}{\theta}} & \text{for } x \geq 0, \\ 0 & \text{ellers,} \end{cases}$$

der $\theta > 0$ er en parameter. Det oppgis at forventningsverdi og varians i denne fordelingen er henholdsvis

$$\mathrm{E}[X_i] = 3\theta \text{ og } \mathrm{Var}[X_i] = 3\theta^2,$$

og at sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren for θ er

$$\hat{\theta} = \frac{1}{3n} \sum_{i=1}^{n} X_i.$$

Vi skal i denne oppgaven anta at verdien til θ er ukjent og at vi ønsker å benytte observerte verdier for $X_1, X_2, \ldots, X_n$ til å teste

$$H_0 : \theta = 1 \quad \text{mot} \quad H_1 : \theta < 1.$$

Dessuten skal vi forutsette at vi har minst 50 observasjoner, dvs. at $n \geq 50$, og at vi i hypotesetesten skal bruke signifikansnivå $\alpha = 0.10$.

Oppgave A: Velg en testobservator og utled en beslutningsregel som angir når vi skal forkaste H_0. Du kan gjøre approksimasjoner, men i så fall må du argumentere for disse.

Oppgave B: Utled hvor mange observasjoner, n, man må ha for at man med minst sannsynlighet 0.85 skal oppdage at H_0 er feil når sannheten er at $\theta = 0.9$.

Merk: Du skal her laste opp en pdf-fil som inneholder bilde(r) av din **håndskrevne** løsning av både oppgave A og oppgave B. **NB: Løsning av begge oppgavene i den samme fila.** Ved sensurering av denne oppgaven vil det bli lagt vekt på at besvarelsen er fornuftig og logisk ført og at utregningen inneholder all naturlig mellomregning.

Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er **50 GB**.

Velg fil for opplasting

Maks poeng: 15

51 15B

Innledning: Anta at $X_1, X_2, \ldots, X_n$ er et tilfeldig utvalg fra $f(x;\theta)$-populasjonen der

$$f(x_i;\theta) = \frac{\theta^{x_i}}{x_i!}e^{-\theta} \text{ for } x_i = 0, 1, 2, \ldots,$$

der $\theta > 0$ er en parameter. Det oppgis at forventningsverdi og varians i denne fordelingen er henholdsvis

$$\mathrm{E}[X_i] = \theta \quad \text{og} \quad \mathrm{Var}[X_i] = \theta,$$

og at sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren for θ er

$$\hat{\theta} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i.$$

Vi skal i denne oppgaven anta at verdien til θ er ukjent og at vi ønsker å benytte observerte verdier for $X_1, X_2, \ldots, X_n$ til å teste

$$H_0 : \theta = 1 \quad \text{mot} \quad H_1 : \theta > 1.$$

Dessuten skal vi forutsette at vi har minst 50 observasjoner, dvs. at $n \geq 50$, og at vi i hypotesetesten skal bruke signifikansnivå $\alpha = 0.05$.

Oppgave A: Velg en testobservator og utled en beslutningsregel som angir når vi skal forkaste H_0. Du kan gjøre approksimasjoner, men i så fall må du argumentere for disse.

Oppgave B: Utled hvor mange observasjoner, n, man må ha for at man med minst sannsynlighet 0.8 skal oppdage at H_0 er feil når sannheten er at $\theta = 1.05$.

Merk: Du skal her laste opp en pdf-fil som inneholder bilde(r) av din **håndskrevne** løsning av både oppgave A og oppgave B. **NB: Løsning av begge oppgavene i den samme fila.** Ved sensurering av denne oppgaven vil det bli lagt vekt på at besvarelsen er fornuftig og logisk ført og at utregningen inneholder all naturlig mellomregning.

Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er **50 GB**.

Velg fil for opplasting

Maks poeng: 15

52 15C

Innledning: Anta at $X_1, X_2, \ldots, X_n$ er et tilfeldig utvalg fra $f(x;\theta)$-populasjonen der

$$f(x_i;\theta) = \frac{1}{\theta}\left(1-\frac{1}{\theta}\right)^{x_i} \text{ for } x_i = 0, 1, 2, \ldots,$$

der $\theta > 1$ er en parameter. Det oppgis at forventningsverdi og varians i denne fordelingen er henholdsvis

$$\mathrm{E}[X_i] = \theta - 1 \text{ og } \mathrm{Var}[X_i] = \theta(\theta-1),$$

og at sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren for θ er

$$\hat{\theta} = 1 + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i.$$

Vi skal i denne oppgaven anta at verdien til θ er ukjent og at vi ønsker å benytte observerte verdier for $X_1, X_2, \ldots, X_n$ til å teste

$$H_0 : \theta = 2 \text{ mot } H_1 : \theta > 2.$$

Dessuten skal vi forutsette at vi har minst 50 observasjoner, dvs. at $n \geq 50$, og at vi i hypotesetesten skal bruke signifikansnivå $\alpha = 0.05$.

Oppgave A: Velg en testobservator og utled en beslutningsregel som angir når vi skal forkaste H_0. Du kan gjøre approksimasjoner, men i så fall må du argumentere for disse.

Oppgave B: Utled hvor mange observasjoner, n, man må ha for at man med minst sannsynlighet 0.9 skal oppdage at H_0 er feil når sannheten er at $\theta = 2.05$.

Merk: Du skal her laste opp en pdf-fil som inneholder bilde(r) av din **håndskrevne** løsning av både oppgave A og oppgave B. **NB: Løsning av begge oppgavene i den samme fila.** Ved sensurering av denne oppgaven vil det bli lagt vekt på at besvarelsen er fornuftig og logisk ført og at utregningen inneholder all naturlig mellomregning.

Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er **50 GB**.

Velg fil for opplasting

Maks poeng: 15

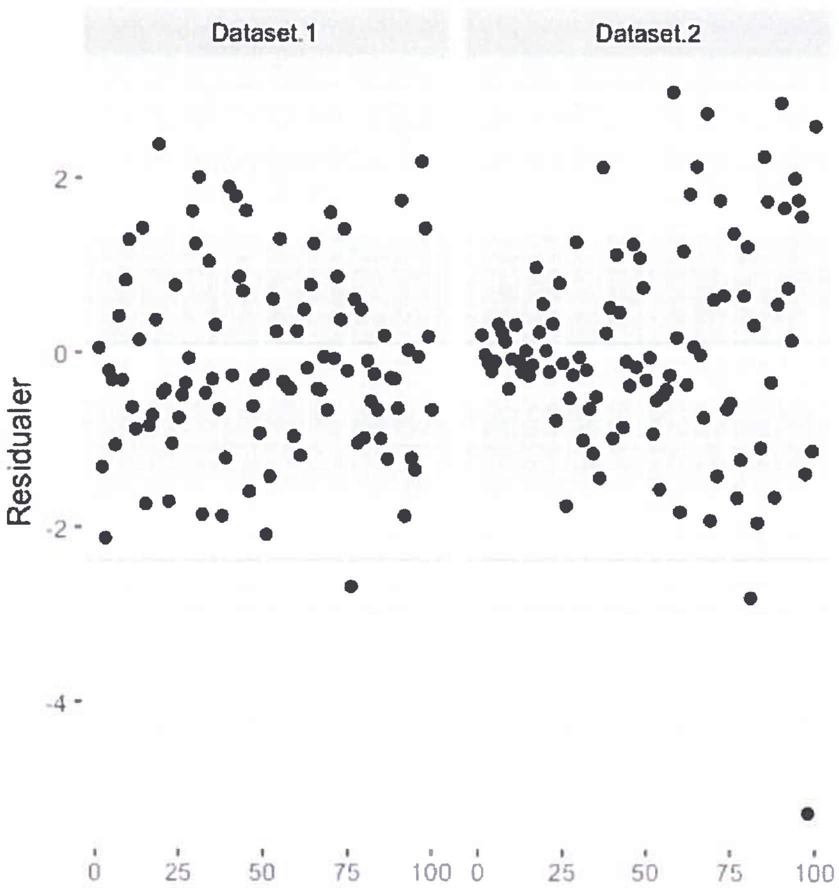
53 16A

Innledning: Vi har tilpasset en enkel lineær regresjonsmodell $y = \alpha + \beta x + \varepsilon$ til to ulike datasett, datasett 1 og datasett 2. Hvert datasett består av 100 observasjoner.

Figurene under viser residualplottene for de to modellene, hvor residualet til en observasjon y_i er definert som

$$\hat{\varepsilon}_i = y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} x_i$$

der $\hat{\alpha}$ og $\hat{\beta}$ er parameterestimater for henholdsvis α og β.



Oppgave: Hvilke(n) av antagelsene i enkel lineær regresjon kan du sjekke ved å plotte residualene? For hvert av de to datasettene, vurder og diskuter ut fra residualplottet om datasettet ser ut til å oppfylle disse modellantagelsene.

Skriv ditt svar her

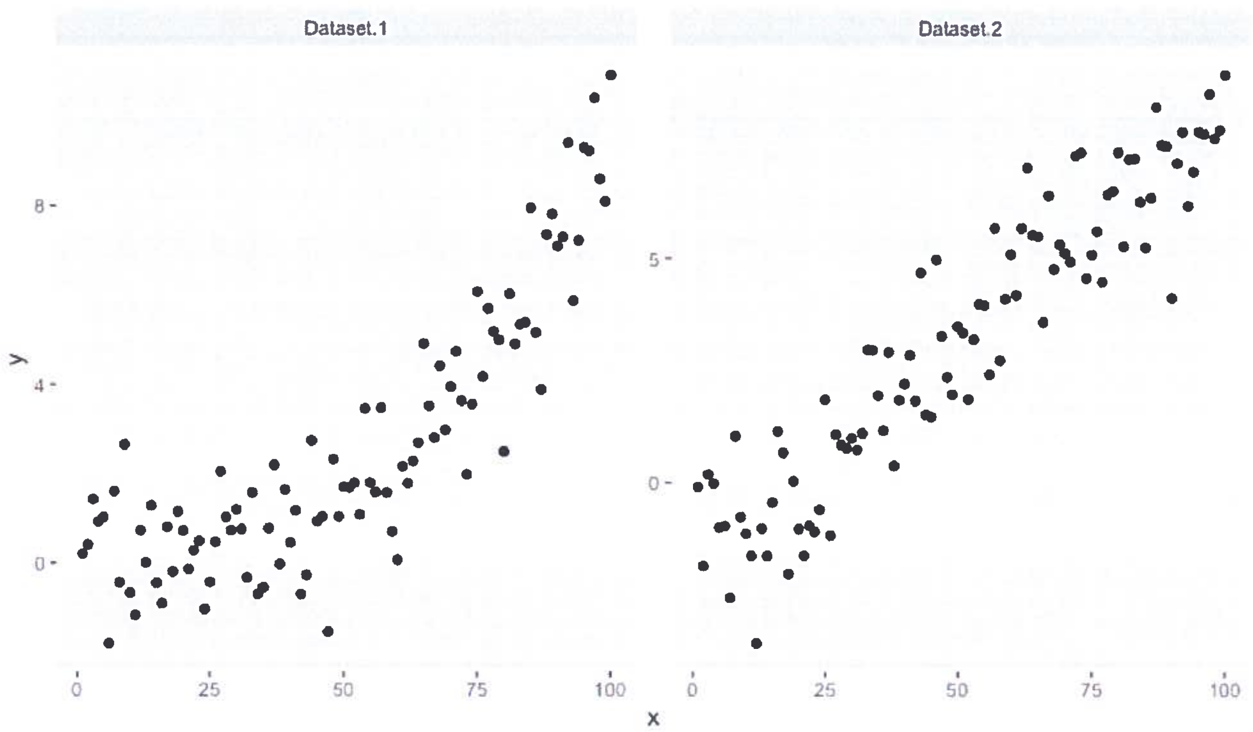
Format

Words: 0

Maks poeng: 5

54 16B

Innledning: Vi ønsker å tilpasse en enkel lineær regresjonsmodell $y = \alpha + \beta x + \epsilon$ til to datasett. Hvert datasett består av 100 observasjoner og figurene under viser et skatterplott (kryssplott) av x mot y for de to datasettene.



Oppgave: Hvilke(n) av antagelsene i enkel lineær regresjon kan du sjekke ved å se på et skatterplott (kryssplott)? For hvert av de to datasettene, vurder og diskuter om datasettet ser ut til å tilfredstille disse modellantagelsene.

Skriv ditt svar her

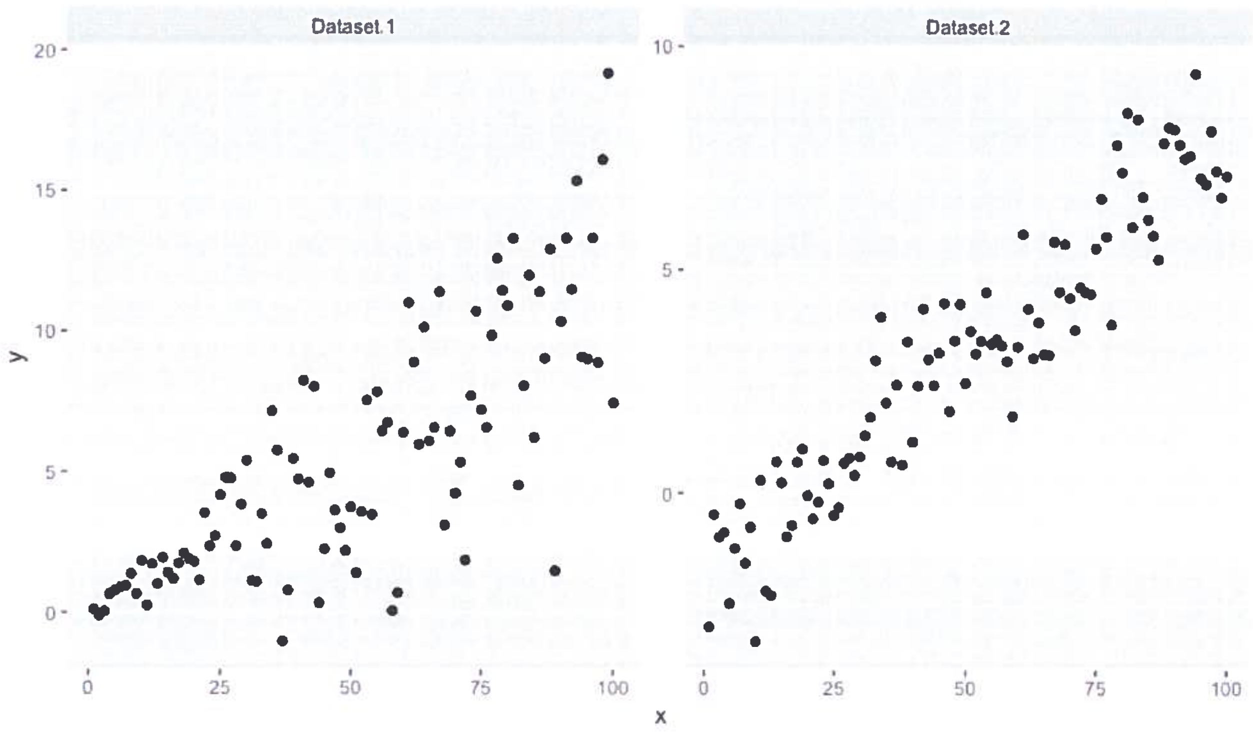
Format

Words: 0

Maks poeng: 5

55 16C

Innledning: Vi ønsker å tilpasse en enkel lineær regresjonsmodell $y = \alpha + \beta x + \epsilon$ til to ulike datasett. Hvert datasett består av 100 observasjoner og figurene under viser et skatterplott (kryssplott) av x mot y for de to datasett.



Oppgave: Hvilke(n) av antagelsene i enkel lineær regresjon kan du sjekke ved å se på et skatterplott (kryssplott)? For hvert av de to datasettene, vurder og diskuter om datasettet ser ut til å tilfredstille disse modellantagelsene.

Skriv ditt svar her

Format

Words: 0

Maks poeng: 5

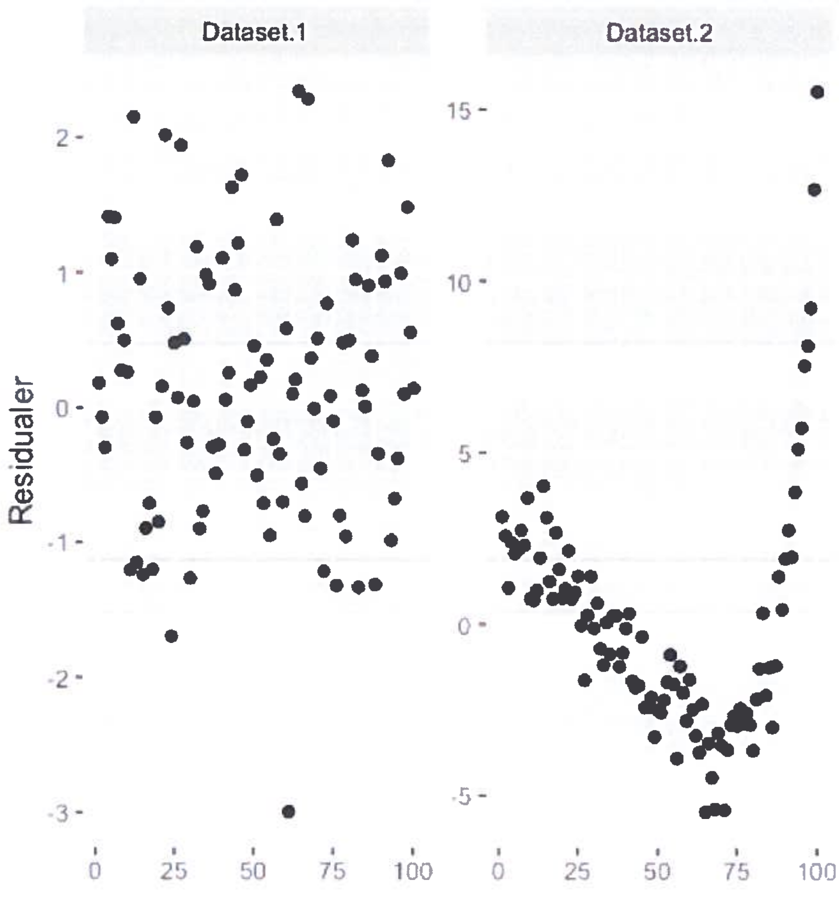
56 16D

Innledning: Vi har tilpasset en enkel lineær regresjonsmodell $y = \alpha + \beta x + \epsilon$ til to ulike datasett. Hvert datasett består av 100 observasjoner.

Figurene under viser residualplott for de to modellene. Residualet til observasjon i er definert ved

$$\hat{\epsilon}_i = y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} x_i$$

der $\hat{\alpha}$ og $\hat{\beta}$er parameterestimater for henholdsvis α og β.



Oppgave: Hvilke(n) av antagelsene i enkel lineær regresjon kan du sjekke ved å plotte residualene? For hvert av de to datasettene, vurder og diskuter om datasettet ser ut til å tilfredstille disse modellantagelsene.

Skriv ditt svar her

Format

Words: 0

Maks poeng: 5