

Sensurdokument for eksamen i TMA4240 Statistikk den 9. desember 2021 kl 15.00

Dette sensurdokumentet beskriver hvordan eksamensbesvarelser blir vurdert. Dette dokumentet bør lese sammen med oppgaveteksten og løsningskissen. Eksamensbesvarelser blir vurdert ved å gi en poengsum for besvarelsene for hvert punkt i oppgavesettet. Total poengsum blir så til slutt omgjort til en bokstavkarakter ved å følge koverteringsregelen angitt i slutten av dette dokumentet.

I det følgende angis hvilke regler som benyttes for å sette poengsum for hvert punkt i oppgavesettet.

- 1a) Dette punktet består av tre spørsmål som blir automatisk rettet av Inspira. For hvert av de tre spørsmålene blir et svar klassifisert som korrekt dersom det er inneholdt i følgende intervaller: $[0.158, 0.159]$, $[0.164, 0.166]$, $[0.909, 0.910]$. For tre riktige svar gis det 5 poeng, for to riktige svar gis det 4 poeng, for et riktig svar gis det 2 poeng, og for ingen riktige svar gis det 0 poeng.
- 1b) Dette punktet består av to spørsmål som blir automatisk rettet av Inspira. Et svar blir klassifisert som korrekt kun dersom eksakt riktig svar oppgis. For to riktige svar gis det 5 poeng, for et riktig svar gis det 3 poeng, og for ingen riktige svar gis det 0 poeng.
- 1c) Dette punktet består av tre spørsmål som blir automatisk rettet av Inspira. For hvert av de tre spørsmålene blir et svar klassifisert som korrekt dersom det er inneholdt i følgende intervaller: $[0.998, 0.998]$, $[0.875, 0.877]$, $[0.934, 0.93]$. For tre riktige svar gis det 5 poeng, for to riktige svar gis det 4 poeng, for et riktig svar gis det 2 poeng, og for ingen riktige svar gis det 0 poeng.
- 1d) Dette punktet består av tre spørsmål som blir automatisk rettet av Inspira. Et svar blir klassifisert som korrekt kun dersom eksakt riktig svar oppgis. For tre riktige svar gis det 5 poeng, for to riktige svar gis det 4 poeng, for et riktig svar gis det 2 poeng, og for ingen riktige svar gis det 0 poeng.
- 2) Dette punktet består av tre spørsmål.
 - For det første spørsmålet gis det inntil 4 poeng: Det gis 2 poeng for å uttrykke sannsynligheten korrekt ved et integral (eller ved $F(x)$ og uttrykke $F(x)$ korrekt ved et integral), og det gis 2 poeng for korrekt utregning av integralet.
 - For det andre spørsmålet gis det inntil 3 poeng: Det gis 2 poeng for å løse andregradsulikheten korrekt og uttrykke sannsynligheten korrekt som sannsynligheter om X , og det gis 1 poeng for å regne korrekt videre etter dette. Det gis 1 poeng for den første delen hvis man ender opp med komplementet til det korrekte svaret ved løsning av andregradulikheten. Det kan gis poeng for andre delen dersom denne delen er korrekt regnet ut basert på utregningene foran, selv om delen foran er feil besvart, men dette forutsetter at feil(ene) i delen foran ikke forenkler den videre utregningen.
 - For det tredje spørsmålet gis det inntil 3 poeng. Det gis 1 poeng for å uttrykke forventningsverdien korrekt som et integral, og det gis 2 poeng for å evaluere dette integralet korrekt. Hvis det er mindre feil i evalueringen av integralet gis det 1 poeng for den andre delen.
- 3a) Dette punktet består av to spørsmål.
 - Det gis 5 poeng for korrekt svar på første spørsmål. Et korrekt svar skal korrekt forklare hvorfor X blir binomisk fordelt, inkludert at situasjonen beskrevet gir at det er N uavhengige forsøk, at alle disse har samme sannsynlighet for “suksess”, og begrunnelse for at sannsynligheten for “suksess” blir $0.98p$. Dersom kun to av disse tre aspektene er korrekt diskutert gis det 4 poeng, hvis kun et av disse aspektene er korrekt diskutert gis det 2 poeng. Det gis

0 poeng dersom besvarelsen absolutt ikke på noen som helst måte relaterer de tre aspektene til situasjonen beskrevet i oppgaveteksten.

- Det gis 5 poeng for korrekt svar på andre spørsmål. Det gis 2 poeng for å vise at \hat{p} er forventningsrett, men for full uttelling her må man ha med tilstrekkelig mellomregning eller kommentarer slik at det klart fremgår at man vet hvilke regneregler for forventningsverdi som benyttes. Det gis 3 poeng for å regne ut standardavvik til estimatoren. For å få full uttelling for utregning av standardavviket kreves det igjen at man har med tilstrekkelig mellomregning og/eller kommentarer slik at det klart fremgår at man vet hvilke regneregler som gjelder. Dersom man i stedet for standardavviket kun regner ut variansen gis det 2 poeng for dette.

- 3b) På dette punktet gis det 4 poeng for å starte med korrekt pivotal og å påpeke at denne er standard normalfordelt. Dersom man erstatter p med \hat{p} i uttrykket for varians kreves det at man begrunner hvorfor pivotalen da fremdeles er tilnærmet standard normalfordelt. Det gis kun 3 poeng for denne første delen hvis man unnlater å begrunne at pivotalen er tilnærmet standard normalfordelt fordi N er stor nok i situasjonen og/eller hvorfor den fortsatt er standard normalfordelt når p erstattes med \hat{p} . Det gis 0 poeng for denne første delen dersom man sier at pivotalen er (for eksempel) t -fordelt.

Det gis 3 poeng for å bestemme korrekte kvantiler og sette opp korrekt sannsynlighetsuttrykk som utgangspunkt for å utlede konfidensintervallet. Selv om man har startet med feil pivotal og/eller sannsynlighetsfordeling kan det her gis full uttelling med mindre feilen(e) i den første delen forenkler denne andre delen.

Det gis 2 poeng for å løse ulikhetene korrekt. Igjen kan det her gis full uttelling selv om det er feil foran, hvis ikke feilen(e) foran forenkler videre utregning.

Det gis 1 poeng for korrekt innsetting av verdier og utregning av numerisk intervall.

- 4a) Dette punktet består av tre spørsmål. I tillegg til poengene diskutert under gis det 1 poeng dersom minst et av spørsmålene er helt korrekt besvart.

- Det gis 3 poeng for det første spørsmålet korrekt besvart. Det gis 1 poeng for å formulere spørsmålet korrekt matematisk, 1 poeng for å uttrykke sannsynlighete korrekt ved hjelp av $F(x)$ (eller tilsvarende), og 1 poeng for å regne ut numerisk svar korrekt. Det kan gis full uttelling på de to siste delene selv om det er feil foran, men dette forutsetter at feilen(e) foran ikke forenkler den videre utregningen.
- Det gis 3 poeng for det andre spørsmålet korrekt besvart. Det gis 1 poeng for å formulere spørsmålet korrekt matematisk, 1 poeng for å uttrykke sannsynlighete korrekt ved hjelp av $F(x)$ (eller tilsvarende), og 1 poeng for å regne ut numerisk svar korrekt. Det kan gis full uttelling på de to siste delene selv om det er feil foran, men dette forutsetter at feilen(e) foran ikke forenkler den videre utregningen.
- Det gis 3 poeng for det tredje spørsmålet. Det gis 1 poeng for å sette opp det korrekte integralet og 2 poeng for å evaluere integralet korrekt. Det kan gis full uttelling på den andre delen selv om det er feil foran, men dette forutsetter at feilen(e) foran ikke forenkler den videre utregningen.

- 4b) Dette punktet består av to spørsmål.

- Det gis 6 poeng for korrekt å utlede SME. Det gis 2 poeng for å skrive opp korrekt rimelighetsfunksjon og/eller log-rimelighetsfunksjon. Det gis 2 poeng for korrekt derivering og å sette den deriverte lik null (man får 1 poeng for denne delen hvis man har mindre regnefeil,

og 0 poeng dersom man har gjentatte systematiske regnefeil eller så lite mellomregning at det ikke er mulig å vurdere utregningen). Det gis 2 poeng for korrekt å løse ligningen man får når man setter den deriverte lik null.

- Det gis 4 poeng for korrekt å vise at estimatoren er forventningsrett. Det gis 2 poeng for å uttrykke $E[\hat{\theta}]$ hjelp av $E[\sqrt{X_i}]$ og 2 poeng for å evaluere $E[\sqrt{X_i}]$ og sette dette inn. For å få full uttelling må man ha med tilstrekkelig mellomregning til at det klart fremgår hvilke regneregler man har benyttet.

4c) Dette punktet består av to spørsmål.

- Det gis 5 poeng for korrekt svar på det første spørsmålet. Det gis også 5 poeng hvis man korrekt viser resultatet ved å regne via kumulative fordelingsfunksjoner. Det trekkes 1 poeng for mindre (og ikke systematiske) regnefeil. Det trekkes inntil 3 poeng for gjentatte regnefeil. Det trekkes 2 poeng dersom man kun regner ut sannsynlighetstettheten for Z_i uten å si eller vise at denne sannsynlighetstettheten faktisk er lik sannsynlighetstettheten i en χ^2 -fordeling med 2 frihetsgrader, mens det trekkes 1 poeng dersom man sier at man ser at denne sannsynlighetstettheten er lik en χ^2 -fordeling med 2 frihetsgrader men uten faktisk å vise dette ved å sette inn $\nu = 2$ i den generelle formelen for sannsynlighetstettheten i en χ^2 -fordeling.
- Det gis 5 poeng for korrekt svar på den andre spørsmålet. Det gis 0 poeng dersom man blander inn sentralgrenseteoremet i svaret. Det gis kun 3 poeng dersom man kun korrekt argumenterer for χ^2 -fordeling uten å begrunne antall frihetsgrader. Det kreves ikke at man benytter momentgenerende funksjoner for å bevise resultatet, det er tilstrekkelig at man refererer til resultatet fra pensum om at en sum av uavhengige χ^2 -fordelte variabler er χ^2 -fordelt og at antall frihetsgrader summerer seg. Det trekkes 1 poeng dersom man argumenterer med lineærkombinasjon i stedet for sum og/eller unnlater å kommentere kravet om uavhengighet.

4d) Vurderingen av denne oppgaven deles opp i fire deler. Det kan gis full uttelling på de senere delene selv om det er feil foran, forutsatt at oppgaven da fremdeles gir mening og forutsatt at feilen(e) foran ikke forenkler den videre utregningen.

- Det gis 2 poeng for korrekt formulering av H_0 og H_1 , og 0 poeng for feil formulering av hypotesene.
- Det gis 3 poeng for korrekt valg av testobservator og angivelse av fordelingen av denne under H_0 (her trekkes det 1 poeng dersom man lar θ inngå i uttrykket for testobservatoren selv om denne θ -en senere i utregningen erstattes med θ_0 eller 2.6). Det kan gis 2 inntil poeng dersom man argumentere med sentralgrenseteoremet og velger en testobservator som man sier er standard normalfordelt. Det gis ikke poeng for å benytte en testobservator som man sier er t -fordelt.
- Det gis 2 poeng for korrekt valg av beslutningsregel. Det kreves selvfølgelig ikke at man finner kritisk verdi.
- Det gis 3 poeng for korrekt utregning av p-verdi og bruk av denne til å konkludere. Det trekkes 1 poeng for mindre regnefeil. Det trekkes 1 poeng for ikke å finne korrekt numerisk verdie for p-verdi i tabell. Dersom man på grunn av regnefeil ender opp med at det ikke er mulig å finne p-verdien i den vedlagte tabellen trekkes det ikke for at man ikke finner numerisk verdi for p-verdien dersom man i teksten forklarer hvorfor man ikke har funnet denne. Det trekkes et poeng for å trekke feil konklusjon basert på den utregnede p-verdien. Det gis ikke poeng her dersom man tidligere har formulert en testobservator som man sier er t -fordelt eller har valgt en testobservator som man feilaktig sier er χ^2 -fordelt..

4e) Vurderingen av denne oppgaven deles opp i fire deler. Det kan gis full uttelling på de senere delene selv om det er feil foran, forutsatt at oppgaven da fremdeles gir mening og forutsatt at feilen(e) foran ikke forenkler den videre utregningen.

- Det gis 3 poeng for korrekt å formulere hva man spør etter matematisk. Det gis 0 poeng dersom det ikke på en eller annen måte fremgår at man nå skal regne som om $\theta = 3.4$. Dersom man i punkt 4d) har valgt feil testobservator og/eller feil sannsynlighetsfordeling for denne, kan man på dette punktet likevel få poeng så lenge man tar utgangspunkt i den testobservatoren som man formulerte i 4d).
- Det gis 3 poeng for korrekt å regne seg frem til et sannsynlighetsuttrykk hvor den stokastiske variabelen er χ^2 -fordelt når $\theta = 3.4$. Dersom man tar utgangspunkt i en testobservator som man (feilaktig) sier er normal eller t -fordelt får man ikke poeng for dette punktet, siden regningen som her kreves blir mer standard når man har dette utgangspunktet.
- Det gis 3 poeng for å finne ulikheten for bestemmelse av n . Det gis kun 2 poeng dersom man ender opp med en ligning eller en ulikhet som går feil vei, eller med en likhet, eller dersom man velger feil kvantil(er). Igjen gis det her ikke poeng dersom man har tatt utgangspunkt i en testobservator som man (feilaktig) sier er normal eller t -fordelt.
- Det gis 1 poeng for å løse ulikhet ved hjelp av vedlagte tabell. Det gis også et poeng her dersom man verbalt forklarer hvordan man kan finne verdien til n , uten faktisk å ha utført dette. Igjen gis det her ikke poeng dersom man har tatt utgangspunkt i en testobservator som man (feilaktig) sier er normal eller t -fordelt.

Totalt antall poeng konverteres til bokstavkarakter ved å benytte følgende regel:

Poengintervall	Bokstavkarakter
[83, 100]	A
[71, 83)	B
[59, 71)	C
[47, 59)	D
[34, 47)	E
[0, 34)	F