OPPG. 1

a) $H_0: \mu \leq 0.2$ $\quad$ $H_1: \mu > 0.2$

b) NB: Bare én variabel X_1 i dette eksempelet

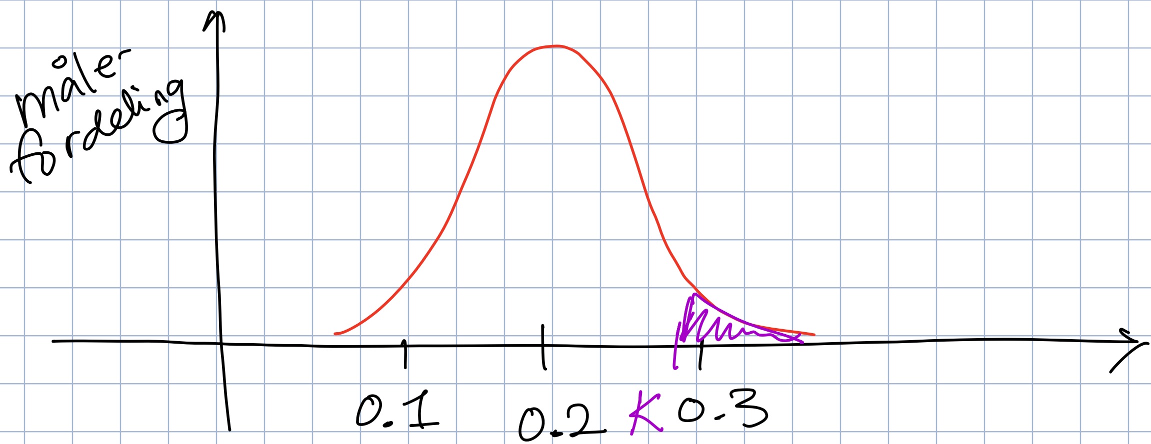
Testobservator $T = X_1$

Kjent fordeling under H_0?

c) Forkastningsregel

Forkast H_0 til fordel for H_1 dersom $X_1 > k$

H_0 Sann



dersom vi setter $k=0.2$ får vi 50% sjanse for å forhaste H_0 selv om H_1 er sann

Finn k:

$P(Z > z_\alpha) = \alpha$ (tabell)

$P(Z > 1.645) = 0.05$

$P\left(\frac{\bar{X}-0.2}{0.044} > 1.645\right) = 0.05$

$\vdots$

$P(\bar{X} > 1.645 \cdot 0.044 + 0.2) = 0.05$

$P(\bar{X} > 0.272) \approx 0.05$

$k = 0.272$

Hypoteser : $H_0: \mu \leq 0.2$ $\quad H_1: \mu > 0.2$

Testobservator : $X_1 \sim N(\mu, 0.044)$ (én måling)

Forkastningregel : Forkast H_0 til fordel for H_1 ved signifikansniva $\alpha = 0.05$ dersom vi observerer $x_1 > 0.272$.

---

d) P(type 1 feil) = P(forkast H_0 når H_0 sann)

$$= 0.05 \quad \text{for } \mu = 0.2$$
$$< 0.05 \quad \text{for } \mu < 0.2$$

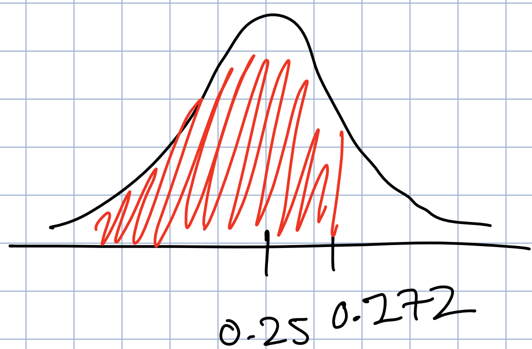
P(type 2 feil) = P(ikke forkast H_0 når H_1 sann)

Velg noen H_1: $\mu = 0.25$, $\mu = 0.3$, $\mu = 0.4$

$$P(\bar{X} \leq k) = P\left(\frac{\bar{X}-\mu}{0.044} \leq \frac{\overset{k}{0.272}-\mu}{0.044} \right) = P\left(Z \leq \frac{0.272-\mu}{0.044}\right)$$

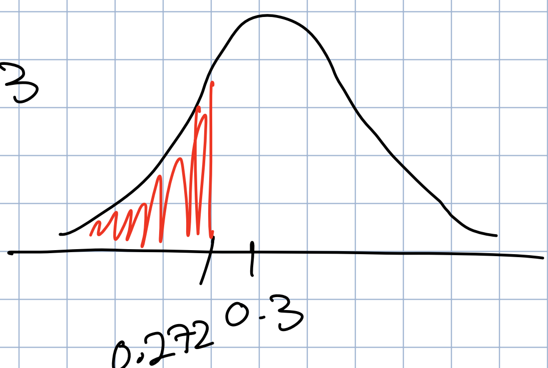
$$= \Phi\left(\frac{0.272-\mu}{0.044} \right)$$

$\mu = 0.25$



$P(\bar{X} \leq k) = \Phi(0.5) = 0.6915$

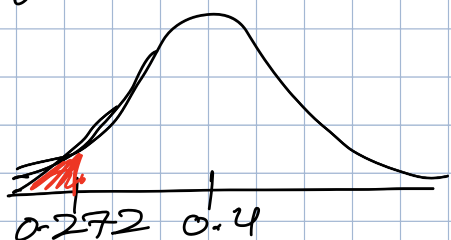
$\mu = 0.3$



$P(\bar{X} \leq k) = \Phi(-0.636..) = 0.2622$

$P(\bar{X} \leq k) = \Phi(-2.9090..) = 0.0018$

$\mu = 0.4$



e) $x_1 = 0.24$, ikke forkast H_0

f) $H_0: \mu \leq 0.2$ $\quad H_1: \mu > 0.2$

Testobservator $\quad \bar{X} = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} X_i \quad X_i \sim N(\mu, 0.044^2)$

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{0.044^2}{5}\right)$$

Kritisk verdi:

$$P(Z > 1.645) = 0.05$$

$\vdots$

$$P\left(\bar{X} > 1.645 \cdot \frac{0.044}{\sqrt{5}} + 0.2\right) = 0.05$$

$\leftarrow k^*$ ny kritisk verdi for $\bar{X}$.

$$P(\bar{X} > 0.232) = 0.05$$

$x_1 = 0.24 \rightarrow$ forkast H_0.

OPPG. 2

a) $P(\text{fungere} > 5 \text{ år}) \geq 0.95$

X: antall ødelagte produkter for 5 år

$X \sim \text{binomisk}(n = 184,\ p = ?)$

Husk : rimelighetsfunksjon

$$L(p ; x) = P(X = x ; p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

her $n = 185$
$x = 18$

$$l(p ; 24) = \ln \binom{185}{18} + 18 \ln(p) + (185-18) \ln(1-p)$$

løser $\frac{dl}{dp} = 0 \rightarrow \hat{p} = \frac{18}{185} = \underline{\underline{0.097}}$

b) $H_0 : \underbrace{p \leq 0.05}_{\text{produsenten har rett, alt er ok}}$ $H_1 : \underbrace{p > 0.05}_{\text{flere feil ila 5 år enn produsenten påstår}}$

c) Testobservator:

X = antall produkter som går i stykker for 5 år, av $n = 185$ solgte.

$H_0 : X \sim \text{binom}(n = 185, p \leq 0.05)$

mest interessant med $p = 0.05$

Forkaster for store verdier av X.

$H_1 : X \sim \text{binom}(n = 185, p > 0.05)$

d) p-verdi =

$P(X \geq 18$ når H_0 er sann$)$

observasjonen vi har

$= P(X \geq 18)$ for $X \sim \text{binom}(n=185, p=0{,}05)$

$= 1 - P(X \leq 17)$ — " —

$= 0.0056$

Siden p-verdi $< \alpha$ $(\alpha = 0.1)$ forkaster vi H_0 til fordel for H_1.

NB: Vi kunne også valgt en kritisk verdi

$$P(\bar{X} \geq k \text{, når } H_0 \text{ sann}) \leq 0.1$$

$k = 14$ $\quad P(\bar{X} \geq 14) = 0.08$

Siden fordelingen er diskret kan vi ikke få signifikansnivå akkurat lik 0.1