

OPPG. 1a

$\bar{X}$: lengde til planke $E(\bar{X}) = 1$ $SD(\bar{X}) = 0,05$

$$\text{Var}(\bar{X}) = 0,05^2$$

i) $E(\bar{X} - 0.3) = E(\bar{X}) - 0.3 = 1 - 0.3 = 0.7 \text{ m}$ $b = -0.3$

ii) $\text{Var}(\bar{X} - 0.3) = \text{Var}(\bar{X}) = 0,05^2$

$$SD(\bar{X} - 0.3) = \sqrt{\text{Var}(\bar{X} - 0.3)} = 0,05 \text{ m}$$

OPPG 1b.

X : lengde til planke $E(X) = 1$ $SD(X) = 0,05$

$$\text{Var}(X) = 0,05^2$$

Y : lengde til planke i cm $Y = 100X$

$$E(Y) = E(100X) = 100 E(X) = 100 \text{ cm}$$

$$\text{Var}(Y) = \text{Var}(100X) = 100^2 \text{Var}(X) = 100^2 \cdot 0,05^2$$

$$SD(Y) = 100 \cdot 0,05 = 5 \text{ cm}$$

OPPG 1c

i) X_1 : lengde av plank 1

X_2 : lengde av plank 2

$$E(X_1 + X_2) = E(X_1) + E(X_2) = 1 + 1 = 2 \text{ m}$$

ii) $X_1, X_2, \dots, X_{10}$ $E(X_i) = 1$ for $i = 1, \dots, 10$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{10} X_i}{10} \quad \text{Hva er } E(\bar{X})?$$

$$\begin{aligned} E\left(\frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} X_i\right) &= \frac{1}{10} E\left(\sum_{i=1}^{10} X_i\right) = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} E(X_i) \\ &= \frac{1}{10} (10 \cdot 1) = \underline{\underline{1 \text{ m}}} \end{aligned}$$

For (iii) må vi først vite hvordan X -ene samvarierer!

SLIDE MED FIGURER

Vi ser parvise realisasjoner (x, y)

av X, Y med simultantetthet $f_{X,Y}(x, y)$

- Er X og Y korrelerte? ($\text{Cov}(X, Y) \neq 0?$ eller $\text{Corr}(X, Y) \neq 0?$)

1, 2 JA

3 Uavhengige

4, 5, 6 avhengige men ikke linear sammenheng

SLIDE MED FIGURER 2

$$\begin{array}{ll} E(X) = 4 & E(Y) = 4 \\ \text{Var}(X) = 1 & \text{Var}(Y) = 1 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{ll} E(X) = 4 & E(Y) = 4 \\ \text{Var}(X) = 1 & \text{Var}(Y) = 1 \end{array}} \right\} \text{i alle figurer}$$

$$A) \text{Cov}(X, Y) = 0.8 \quad B) \text{Cov}(X, Y) = -0.8 \quad C) \text{Cov}(X, Y) = 0$$

Hvordan "oppfører" $X+Y$ seg? [histogrammer]

$$E(X+Y) = 4+4=8 \quad \text{i alle tilfeller}$$

$$\begin{aligned} A) \text{Var}(X+Y) &= \\ \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) &+ 2\text{Cov}(X, Y) = \\ 1 + 1 + 1.6 &= 3.6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B) \text{Var}(X+Y) &= \\ 1 + 1 - 1.6 &= \\ 0.4 & \\ \text{SD}(X+Y) &\approx 0.6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C) \text{Var}(X+Y) &= \\ 1 + 1 &= 2 \\ \text{SD}(X+Y) &= 1.4 \end{aligned}$$

$$\text{SD}(X+Y) \approx 1.9$$

OPPG 1c iii

Anta uavhengige lengder

$$\text{COV}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$$

Husk $E(g(X, Y)) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y) f(x, y) dx dy$

$\Downarrow$

$$E(XY) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xy f(x, y) dx dy \quad \left(\text{STAD} \right)$$

$\uparrow$
her $f(x)f(y)$

Pga uavhengighet

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xy f(x) f(y) dx dy$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} y f_Y(y) \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx}_{= E(X)} dy$$

$$= E(X) \int_{-\infty}^{\infty} y f_Y(y) dy$$

$$= E(X) E(Y)$$



$$\text{COV}(X, Y) = E(X)E(Y) - E(X)E(Y) = 0$$

når X og Y er uavh.

$$\begin{aligned}
 \text{iii) } \text{Var}(\bar{X}) &= \text{Var}\left(\frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} X_i\right) \\
 &= \left(\frac{1}{10}\right)^2 \text{Var}\left(\sum_{i=1}^{10} X_i\right) \\
 &= \left(\frac{1}{10}\right)^2 \sum_{i=1}^{10} \text{Var}(X_i) \\
 &= \left(\frac{1}{10}\right)^2 10 \cdot (0.05)^2 \\
 &= 0.05^2 / 10
 \end{aligned}$$

$$\text{SD}(\bar{X}) = \frac{0.05}{\sqrt{10}}.$$

OPPG 2a

H : måling av hastighet

$$E(H) = h$$

↑
den sanne
hastigheten

$$SD(H) = 0.5 \text{ m/s}$$

$$Y = 0.5 \text{ m} H^2$$

↑
beregning
av energi
basert på
måling H

$$E(Y) = E(\underbrace{0.5 \text{ m}}_{\text{regnerregel}} H^2) = 0.5 \text{ m} \underbrace{E(H^2)}$$

regnerregel

$$\begin{aligned} E(H^2) &= \text{Var}(H) + E(H)^2 \\ &= 0.5^2 + h^2 \end{aligned}$$

$$E(Y) = 0.5 \text{ m} (0.5^2 + h^2)$$

Oppg. 2b

$$Y = 0.5 M H^2$$

↑ ↑
uavhengige

$$\begin{aligned} E(Y) &= 0.5 E(M) E(H^2) \\ &= 0.5 m_0 (0.5^2 + h^2) \end{aligned}$$