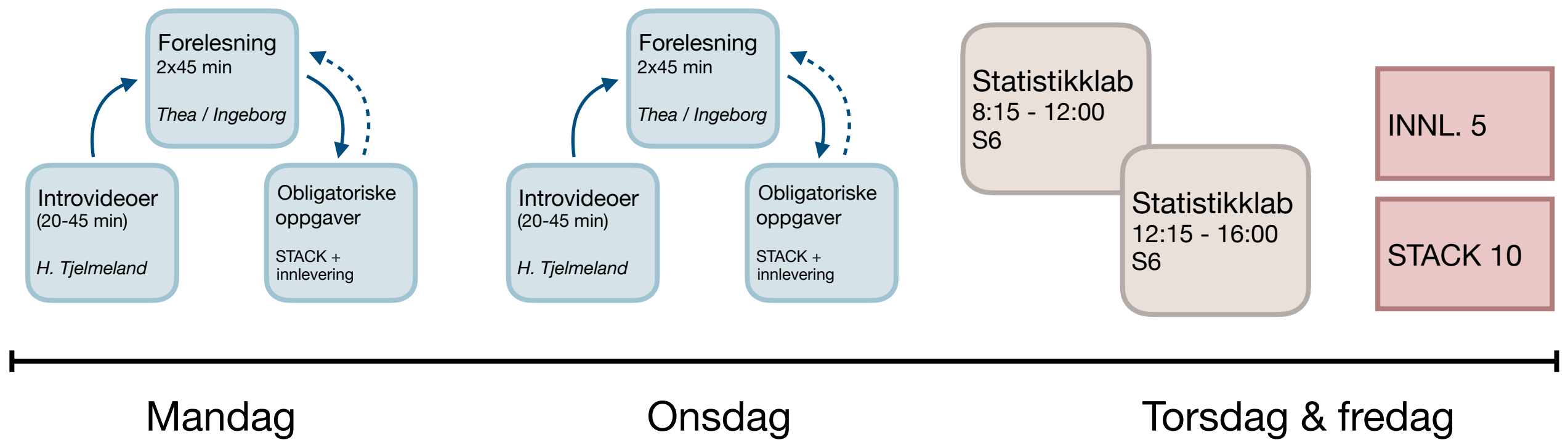


TMA4245 Statistikk

Uke 11 - mandag



Uke 11 (mandag 11. mars - fredag 15. mars)



Introvideoer

Hypotesetesting, hypoteser og testobservator

TMA4240/TMA4245 Statistikk

Håkon Tjelmeland
Institutt for matematiske fag
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

P-verdi

TMA4240/TMA4245 Statistikk

Håkon Tjelmeland
Institutt for matematiske fag
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Type I- og type II-feil, signifikansnivå og beslutningsregel

TMA4240/TMA4245 Statistikk

Håkon Tjelmeland
Institutt for matematiske fag
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Oppgaver

STACK 10: Oppg. 1, 2
INNLL. 5: Oppg. 1

HUSK!

Oppgave 1

I Norge er promillegrensen for bilkjøring 0.2. I en kontroll ble en bilfører målt med et måleapparat. Målingene kan antas normalfordelte med μ = førerens faktiske promille og $\sigma = 0.044$.

- a) Finn sannsynligheten for at promillemålingen hans havner i intervallet $[0.13, 0.31]$, dersom vi antar at mannens faktiske promille er 0.2.
- b) Politiet måler promillen til 0.22. Utled og regn ut et 95%-konfidensintervall for den faktiske promillen.
- c) Politiet måler på nytt, men nå måler de fem ganger, og får et gjennomsnitt på 0.22. Regn ut et 95%-konfidensintervall for den faktiske promillen.

Oppgave 1

I Norge er promillegrensen for bilkjøring 0.2. I en kontroll ble en bilfører målt med et måleapparat. Målingene kan antas normalfordelte med μ = førerens faktiske promille og $\sigma = 0.044$.

- a) Hva er poenget med kontrollen? Formuler en null-hypotese og en alternativ-hypotese som reflekterer det vi er interessert i å undersøke.

Nullhypotese og alternativ hypotese

- ★ Vi har to mulige sannheter, to hypoteser
 - nullhypotese, H_0
 - alternativ hypotese, H_1

- ★ Ut fra det vi har observert ønsker vi å avgjøre om det er grunnlag for å påstå H_1

Oppgave 1

I Norge er promillegrensen for bilkjøring 0.2. I en kontroll ble en bilfører målt med et måleapparat. Målingene kan antas normalfordelte med μ = førerens faktiske promille og $\sigma = 0.044$.

- b) Hva er egnet *testobservator* for å undersøke om vi kan forkaste, eller ikke forkaste, H_0 ?

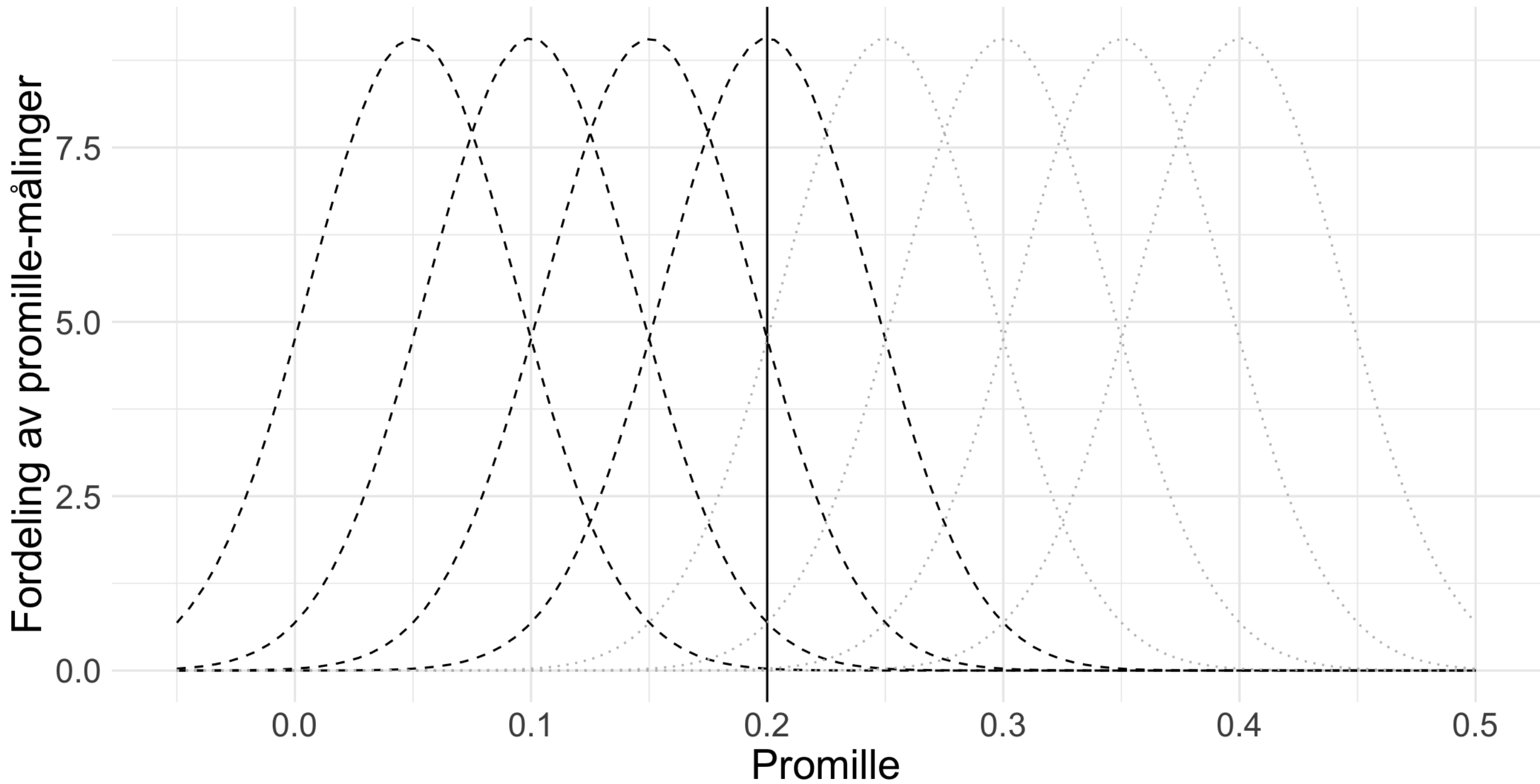
Definisjon (Testobservator)

Anta at vi har stokastiske variabler $X_1, X_2, \dots, X_n$, og at vi ønsker å benytte observerte verdier av disse, $x_1, x_2, \dots, x_n$, til å teste en nullhypotese H_0 mot alternativ hypotese H_1 . En testobservator $T = u(X_1, X_2, \dots, X_n)$ er da en observator som har en kjent sannsynlighetsfordeling når H_0 er sann, og som vi benytter for å avgjøre om man skal forkaste H_0 .

★ Merk:

- en testobservator $T = u(X_1, X_2, \dots, X_n)$ er en stokastisk variabel
- skal kunne regne ut å få et tall for $t = u(x_1, x_2, \dots, x_n)$
- benytter observert verdi $t = u(x_1, x_2, \dots, x_n)$ til å avgjøre om vi skal forkaste H_0

Oppgave 1



Oppgave 1

I Norge er promillegrensen for bilkjøring 0.2. I en kontroll ble en bilfører målt med et måleapparat. Målingene kan antas normalfordelte med μ = førerens faktiske promille og $\sigma = 0.044$.

- c) Hva er en passende forkastningsregel basert på valgte testobservator? Hva blir forkastningsregelen for signifikansnivå $\alpha = 0.05$?

Definisjon (Signifikansnivå)

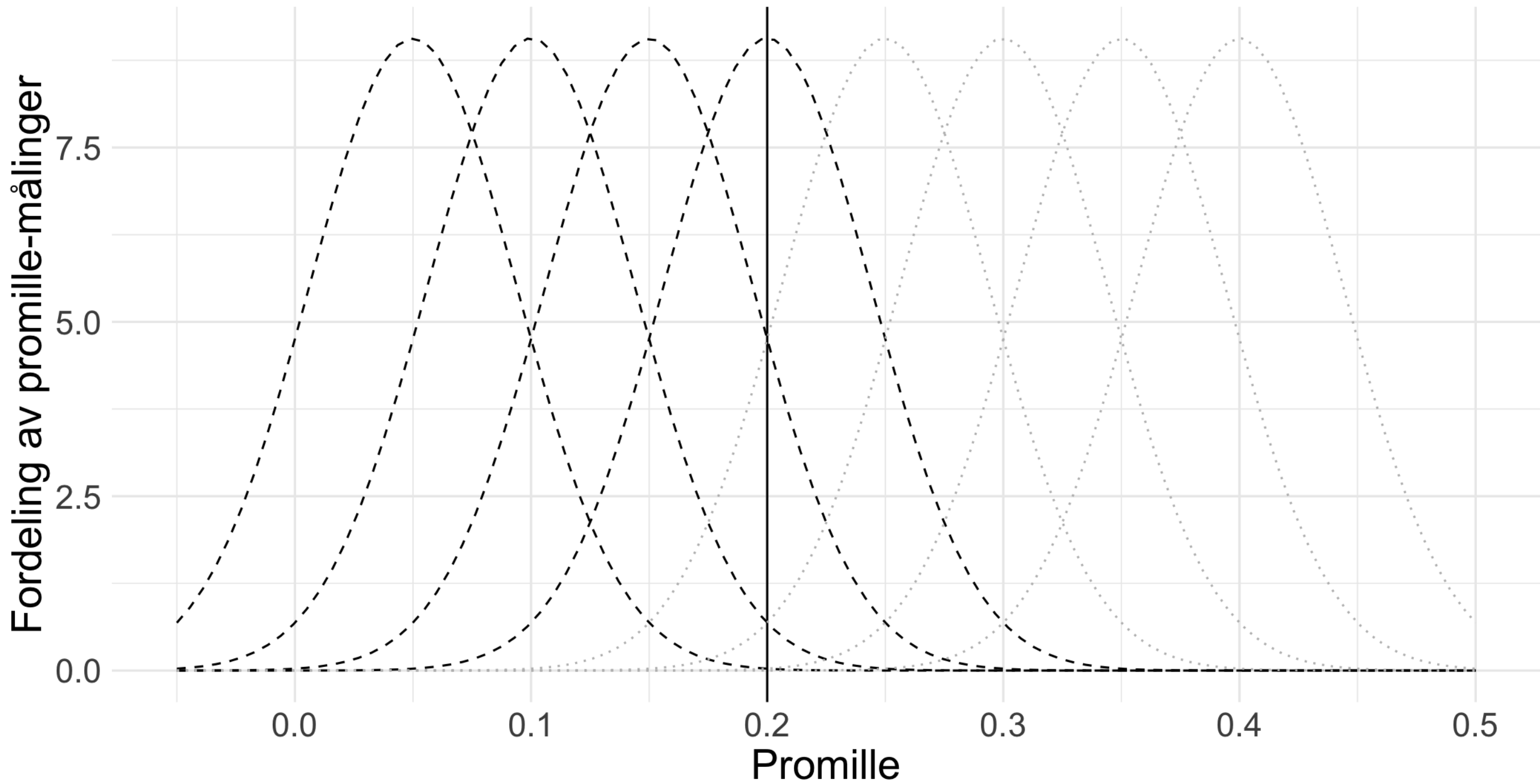
Signifikansnivået til en hypotesetest er sannsynligheten for (feilaktig) å forkaste H_0 når H_0 faktisk er riktig

- ★ Notasjon: Lar α betegne signifikansnivået

$$\alpha = P(\text{Forkaste } H_0 \text{ når } H_0 \text{ er sann}) = P(\text{Forkast } H_0 | H_0 \text{ sann})$$

- ★ Fremgangsmåte for å bestemme beslutningsregel for om man skal forkaste H_0 eller ikke
 - velg verdi for signifikansnivået (typisk $\alpha = 0.01, 0.05$ eller 0.10)
 - bestem beslutningsregel slik at $P(\text{Forkast } H_0 | H_0 \text{ sann}) = \alpha$

Oppgave 1



Kritiske verdier i standard normalfordelingen

$$P(Z > z_{\alpha}) = \alpha$$

α	z_{α}
.2	0.842
.15	1.036
.1	1.282
.075	1.440
.05	1.645
.04	1.751
.03	1.881
.025	1.960
.02	2.054
.01	2.326
.005	2.576
.001	3.090
.0005	3.291
.0001	3.719
.00005	3.891
.00001	4.265
.000005	4.417
.000001	4.753

Oppgave 1

I Norge er promillegrensen for bilkjøring 0.2. I en kontroll ble en bilfører målt med et måleapparat. Målingene kan antas normalfordelte med μ = førerens faktiske promille og $\sigma = 0.044$.

- d) Hva slags feil kan vi gjøre, og hva blir sannsynligheten for disse?

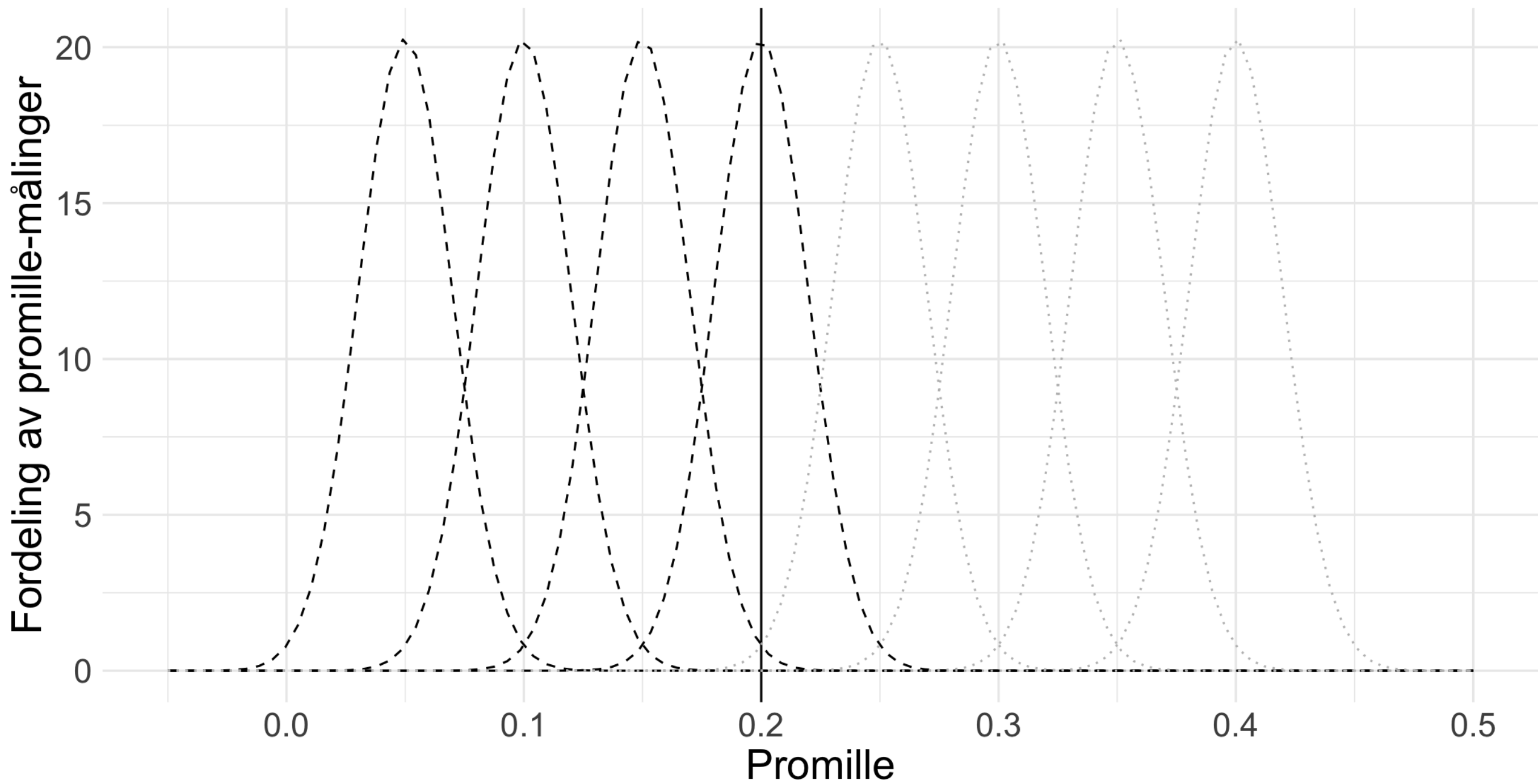
	H_0 er sann	H_1 er sann
Forkast H_0	Type I-feil	Korrekt
Ikke forkast H_0	Korrekt	Type II-feil

Oppgave 1

I Norge er promillegrensen for bilkjøring 0.2. I en kontroll ble en bilfører målt med et måleapparat. Målingene kan antas normalfordelte med μ = førerens faktiske promille og $\sigma = 0.044$.

- e) Politiet måler promillen til 0.24. Hva blir konklusjonen?
- f) Politiet måler på nytt, men nå måler de fem ganger, og får et gjennomsnitt på 0.24. Hva er tilhørende testobservator, forkastningsregel og konklusjon?

Oppgave 1



Oppgave 2

En produsent påstår at et produkt har minst 95% pålitelighet ved levetid 5 år. Da utløper garantiperioden. En forhandler som har solgt 185 av disse produktene ble likevel kontaktet 18 ganger av kunder før garantiperioden var slutt om at produktet var ødelagt. Forhandleren er derfor interessert i å kritisk vurdere sannsynligheten p for at produktet fungerer mindre enn 5 år.

- a) Hva blir estimatet for p , basert på sannsynlighetsmaksimeringsprinsippet?
- b) Skriv ned nullhypotese og alternativhypotese som passer til forhandlerens problemstilling.
- c) Hva er en egnet testobservator?
- d) Hva blir p -verdien og konklusjonen for testen basert på forhandlerens observasjoner? Bruk signifikansnivå $\alpha = 0.1$.

Oppgave 2

