

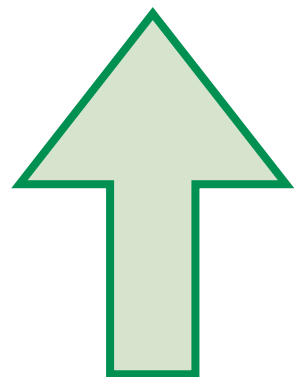
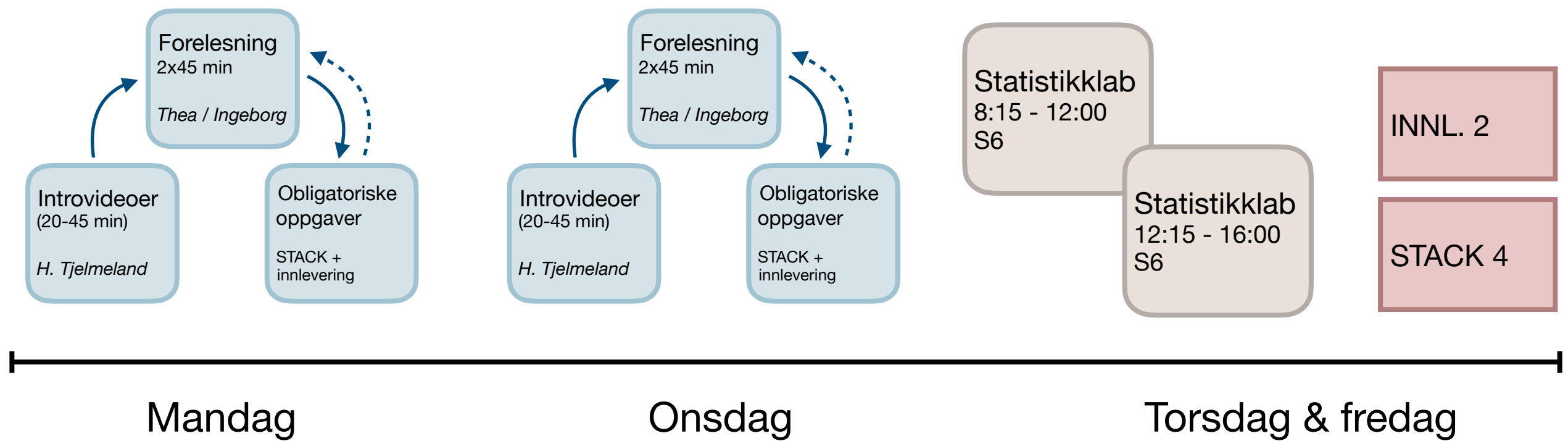
**Spørreundersøkelse i TMA4245 (2 min).
Undersøkelsen danner grunnlag for emne-
evaluering og referansegruppemøtet**



<https://nettskjema.no/a/tma4245s1>

TMA4245 Statistikk

Uke 5 - mandag



Uke 5 (man 29. jan - fredag 2. feb)



Introvideoer

Kovarians og korrelasjon

TMA4240/TMA4245 Statistikk

Håkon Tjelmeland

Institutt for matematiske fag

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Forventningsverdi og varians til lineære funksjoner

TMA4240/TMA4245 Statistikk

Håkon Tjelmeland

Institutt for matematiske fag

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Oppgaver

STACK 4: Opppg. 1 - 3
INNL. 2: Opppg. 5 og 6a

Noen flere regneregler for forventningsverdi og varians

TMA4240/TMA4245 Statistikk

Håkon Tjelmeland

Institutt for matematiske fag

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

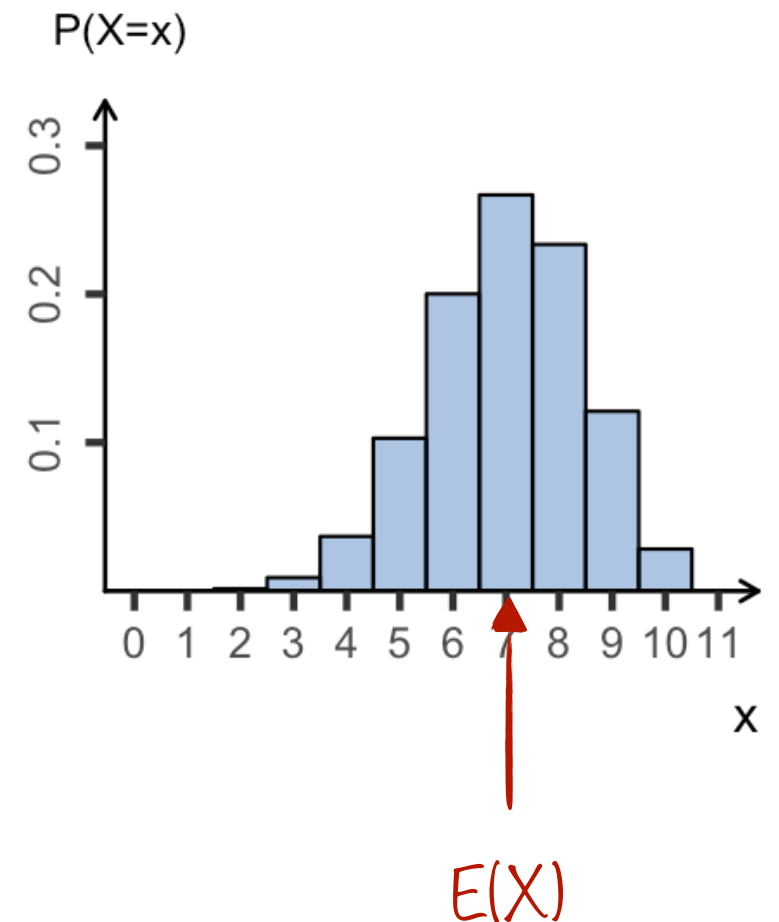
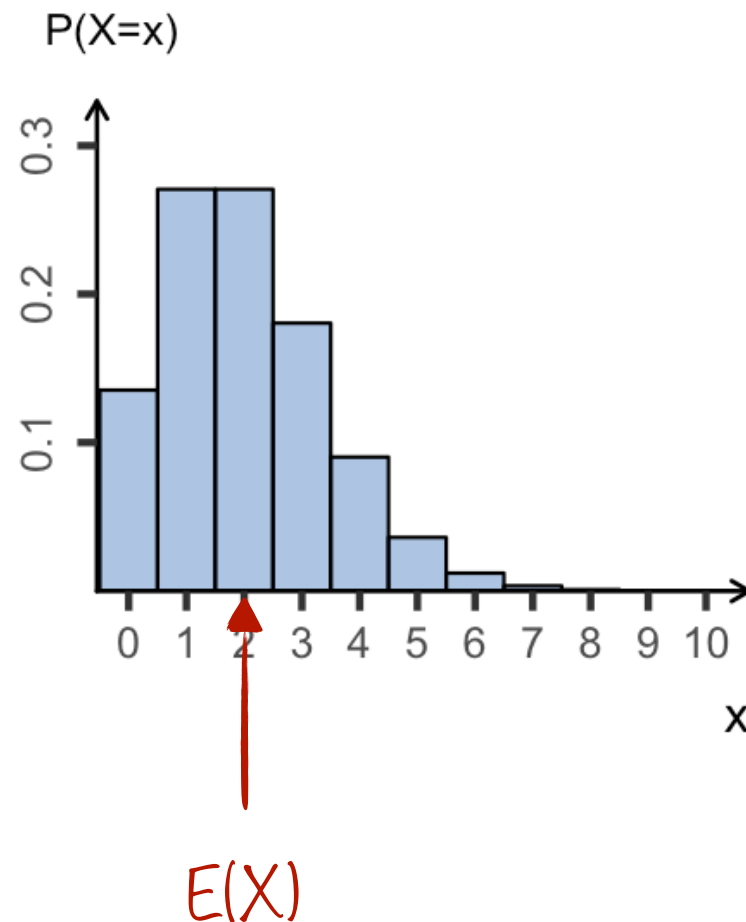
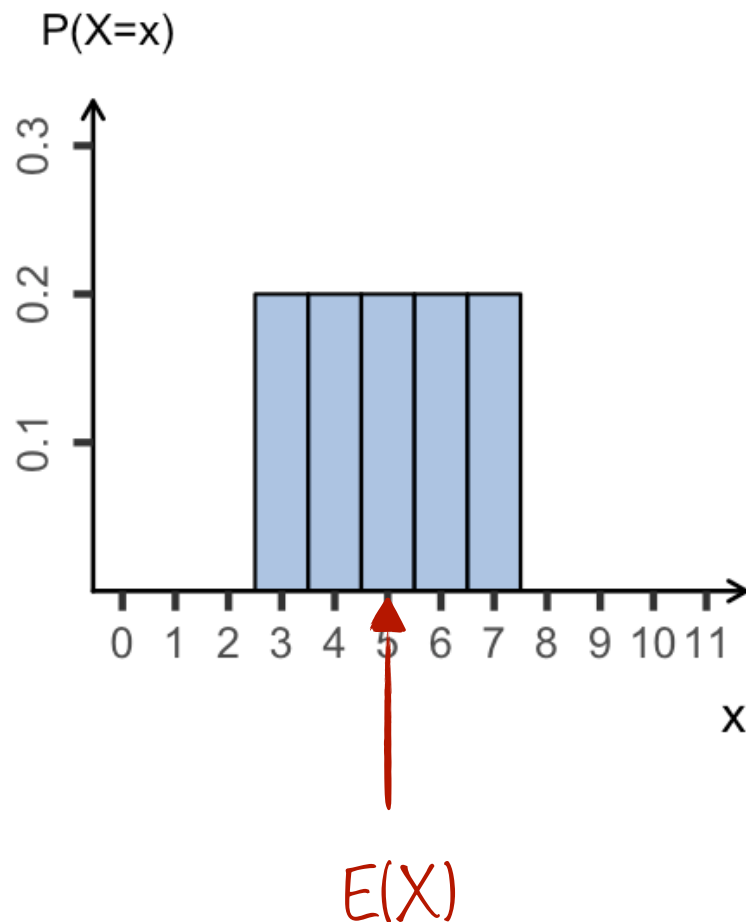
Definisjon: Forventningsverdi

For en **diskret** stokastisk variabel X er forventningsverdien gitt ved

$$E(X) = \sum_{x \in V_x} x \cdot P(X = x)$$

Notasjon:

$$E(X) = \mu = \mu_X$$



Definisjon: Forventningsverdi

For en **diskret** stokastisk variabel X er forventningsverdien gitt ved

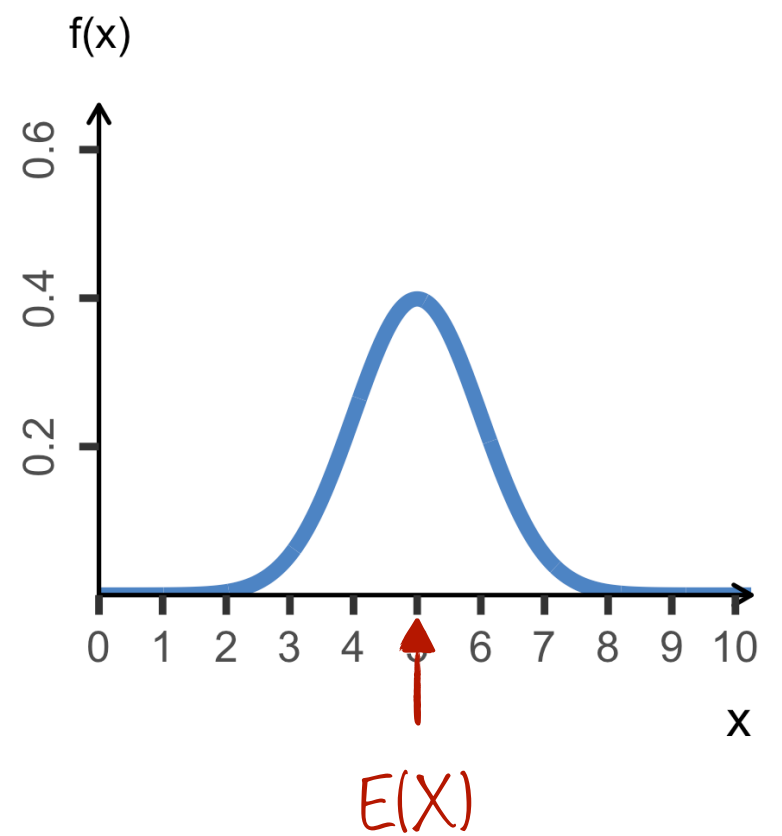
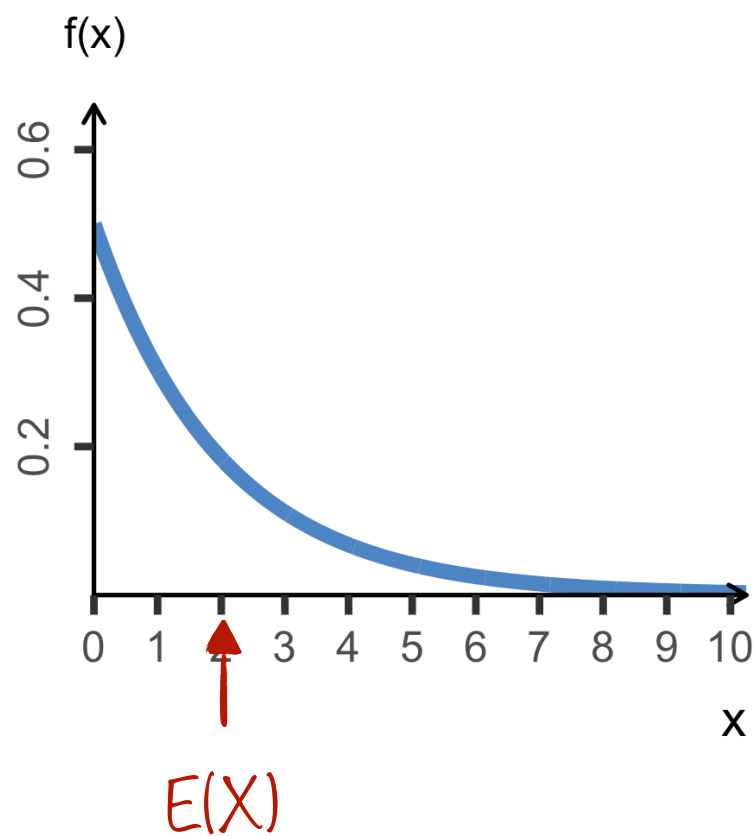
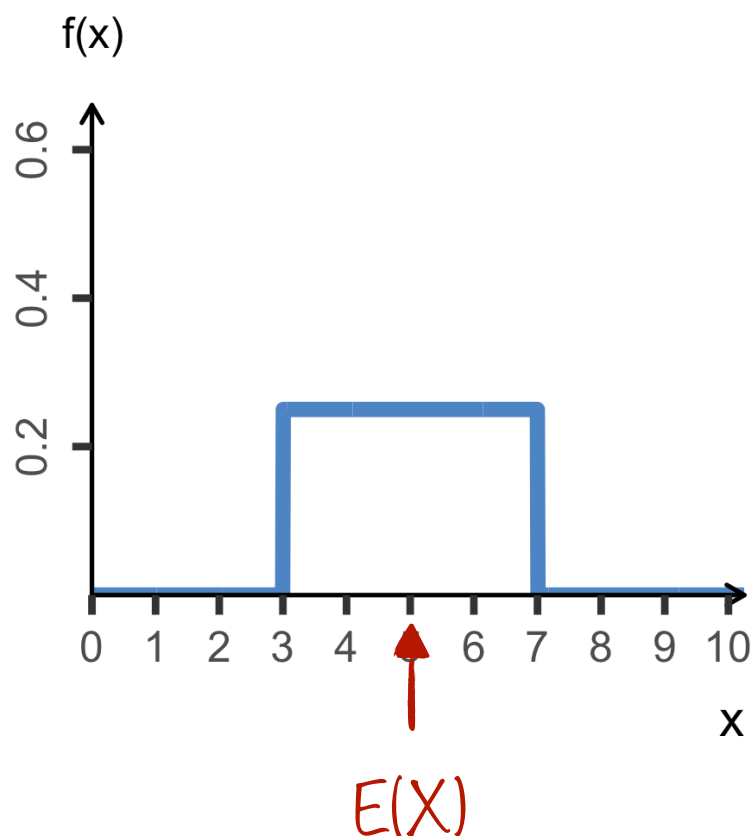
$$E(X) = \sum_{x \in V_x} x \cdot P(X = x)$$

Notasjon:

$$E(X) = \mu = \mu_X$$

For en **kontinuerlig** stokastisk variabel X er forventningsverdien gitt ved

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx$$



Definisjon: Varians

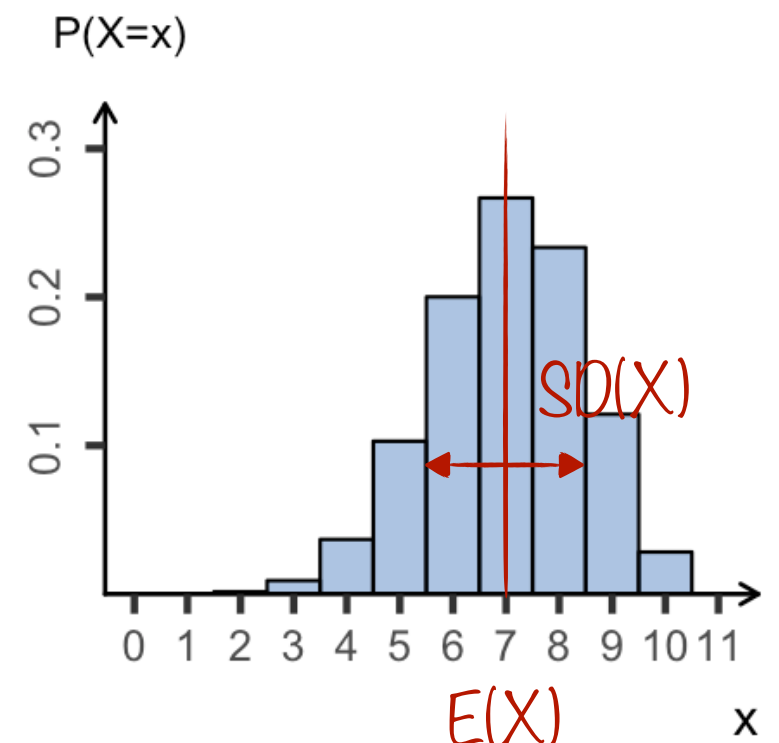
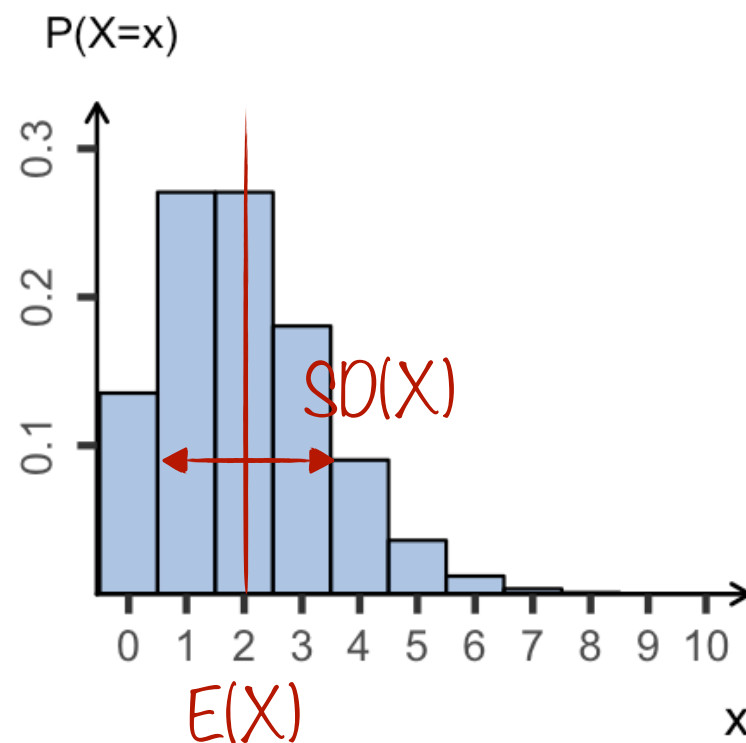
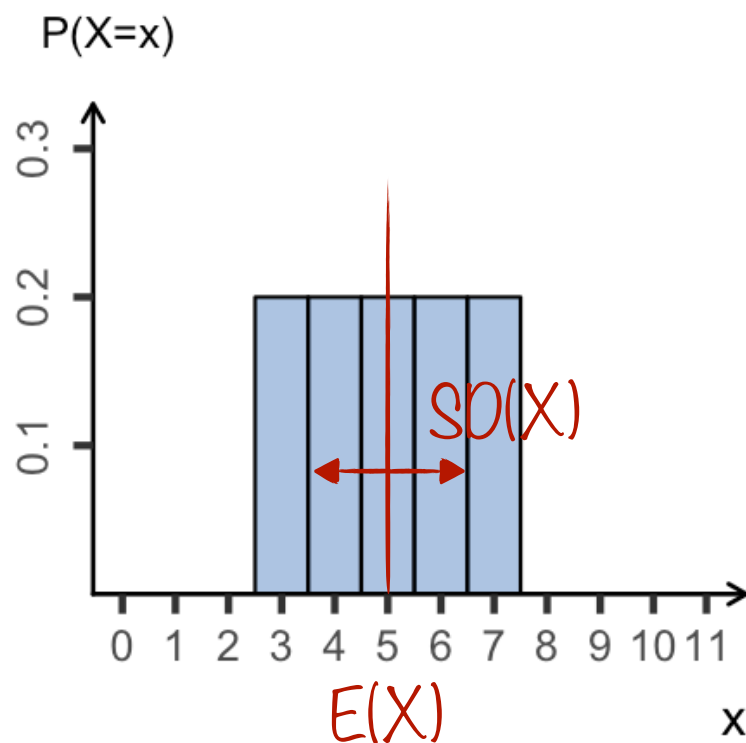
For en stokastisk variabel X er variansen gitt ved

$$\text{Var}(X) = E((X - \mu)^2)$$

$$\text{SD}(X) = \sqrt{\text{Var}(X)} = \sqrt{\sigma^2} = \sigma$$

Notasjon:

$$\text{Var}(X) = \sigma^2 = \sigma_X^2$$



Definisjon: Varians

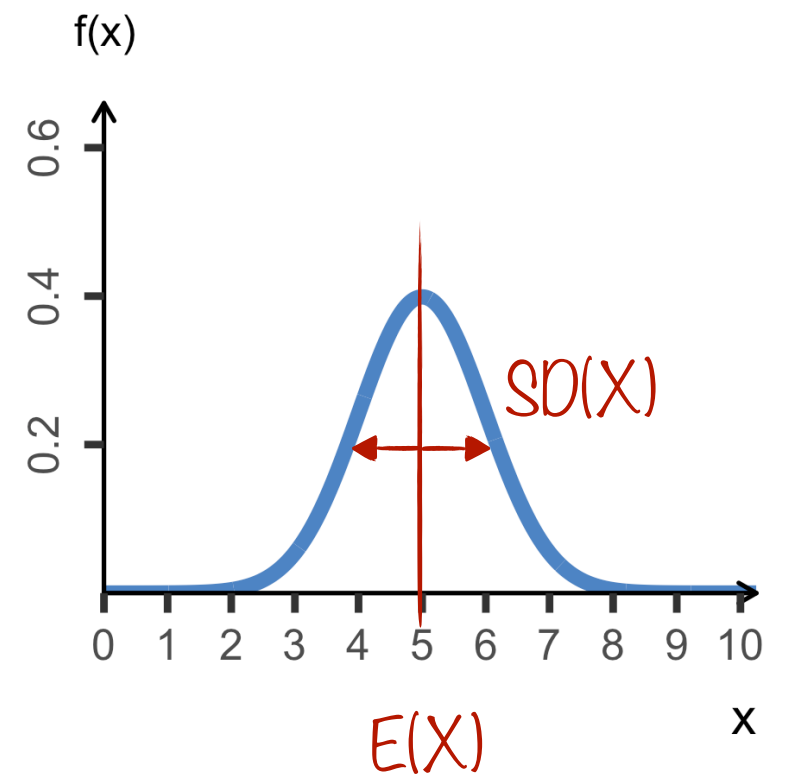
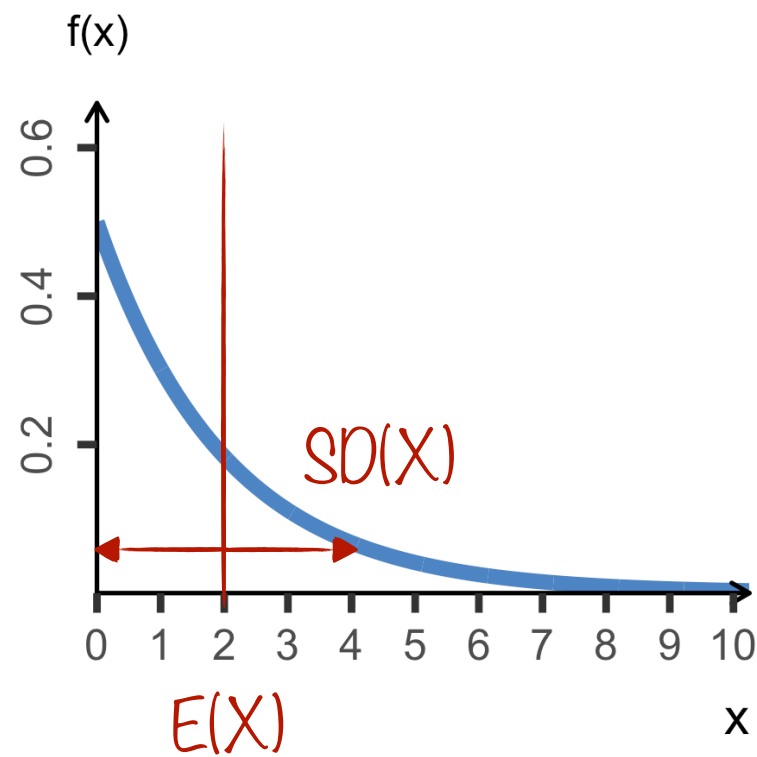
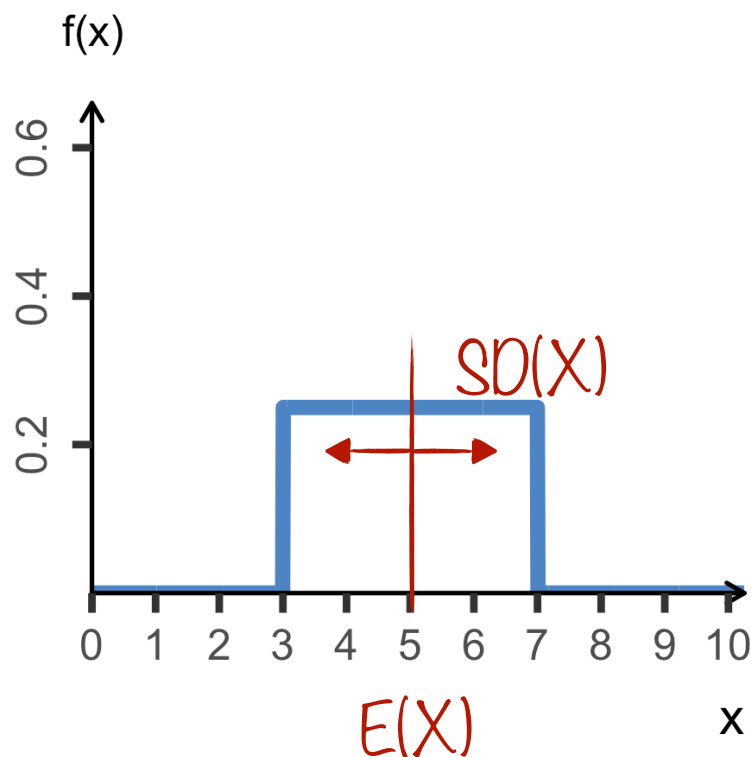
For en stokastisk variabel X er variansen gitt ved

$$\text{Var}(X) = E((X - \mu)^2)$$

$$\text{SD}(X) = \sqrt{\text{Var}(X)} = \sqrt{\sigma^2} = \sigma$$

Notasjon:

$$\text{Var}(X) = \sigma^2 = \sigma_X^2$$



I dag: regneregelbonanza

$$E(aX) = aE(X) \quad E(b) = b \quad E(X + Y) = E(X) + E(Y)$$

$$\text{Var}(aX) = a^2 \text{Var}(X) \quad \text{Var}(b) = 0$$

$$\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) + 2\text{Cov}(X, Y)$$

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

$$\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$$

$$E(XY) = E(X)E(Y) \text{ dersom } X, Y \text{ er uavhengige}$$

$$\text{Cov}(X, Y) = 0 \text{ dersom } X, Y \text{ er uavhengige}$$

Oppgave 1a

Tuva er på et byggevarehus og skal kjøpe planker.

Hun er interessert i planker som er spesifisert til å være 1 meter lange, men vet av erfaring at lengden ikke er helt nøyaktig.

La X representere lengden til en tilfeldig valgt planke.
Tuva antar at $E(X) = 1$ meter og at $SD(X) = 0.05$ meter.

- i. Dersom Tuva kjøper en planke og kapper av en bit på nøyaktig 0.3 m, hva er forventet lengde til den gjenværende delen av planken?
- ii. Og hva blir standardavviket?

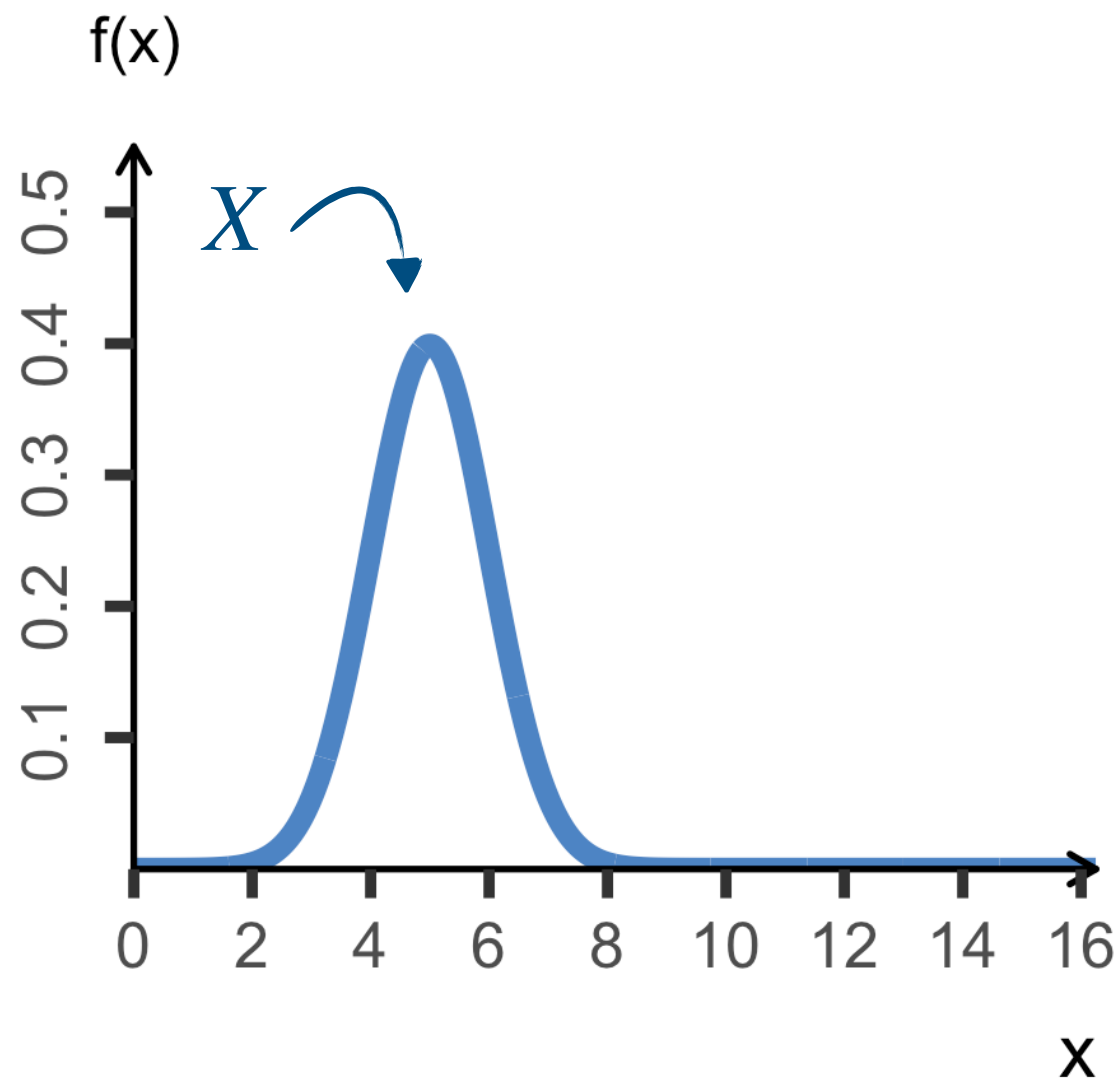
$$E(X + b) = E(X) + b$$

$$\text{Var}(X + b) = \text{Var}(X)$$

Regneregler for lineærtransformasjoner

$$E(X + b) = E(X) + b$$

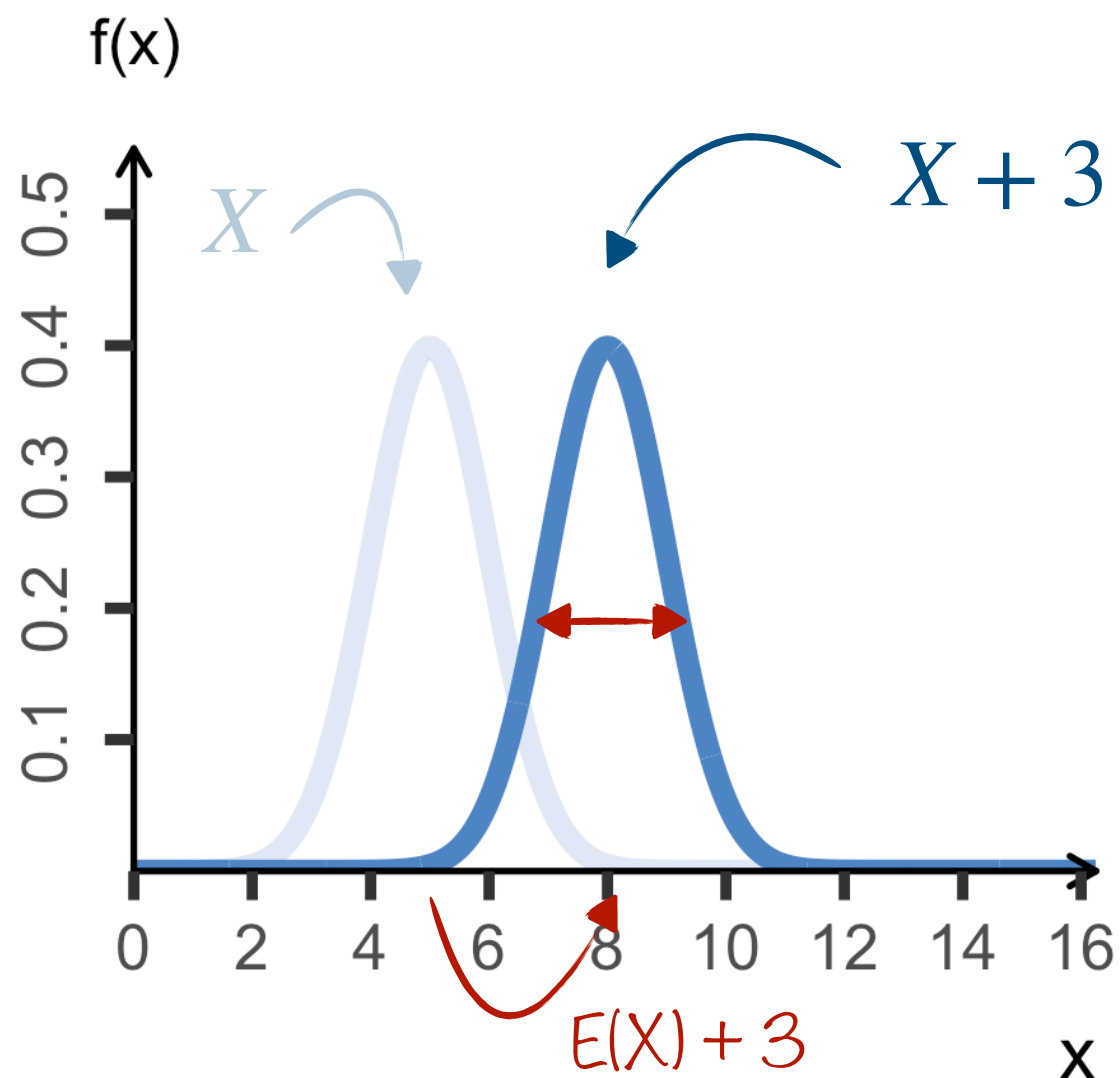
$$Var(X + b) = Var(X)$$



Regneregler for lineærtransformasjoner

$$E(X + b) = E(X) + b$$

$$\text{Var}(X + b) = \text{Var}(X)$$



Oppgave 1b

Tuva er på et byggevarehus og skal kjøpe planker.

Hun er interessert i planker som er spesifisert til å være 1 meter lange, men vet av erfaring at lengden ikke er helt nøyaktig.

La X representere lengden til en tilfeldig valgt planke.
Tuva antar at $E(X) = 1$ meter og at $SD(X) = 0.05$ meter.

Tuva vil undersøke plankenes lengde i centimeter. La Y representere lengden til en tilfeldig valgt planke, målt i centimeter.

- i. Hva blir $E(Y)$?
- ii. Og hva blir $SD(Y)$?

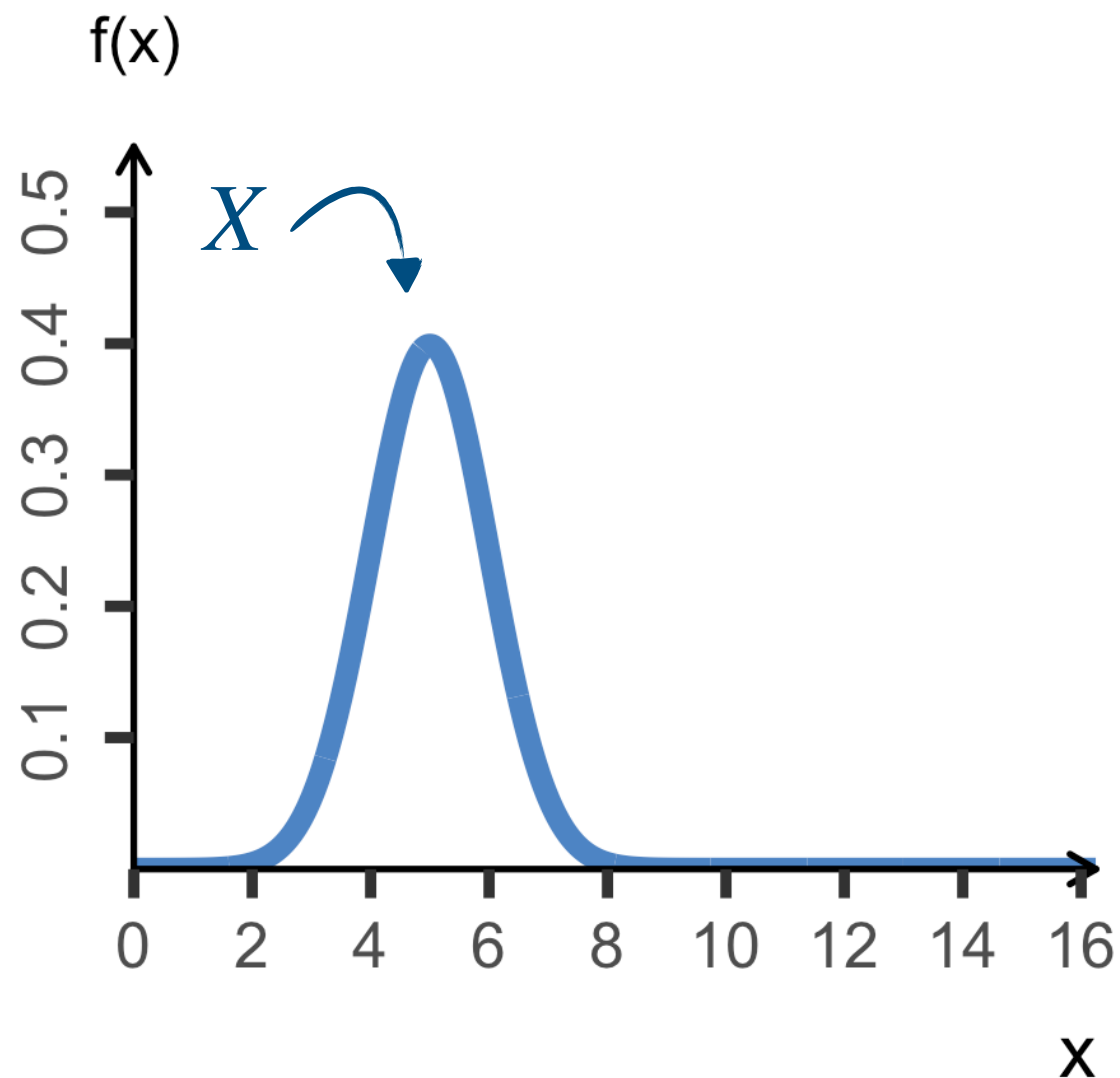
$$E(aX) = aE(X)$$

$$\text{Var}(aX) = a^2 \text{Var}(X)$$

Regneregler for lineærtransformasjoner

$$E(aX) = aE(X)$$

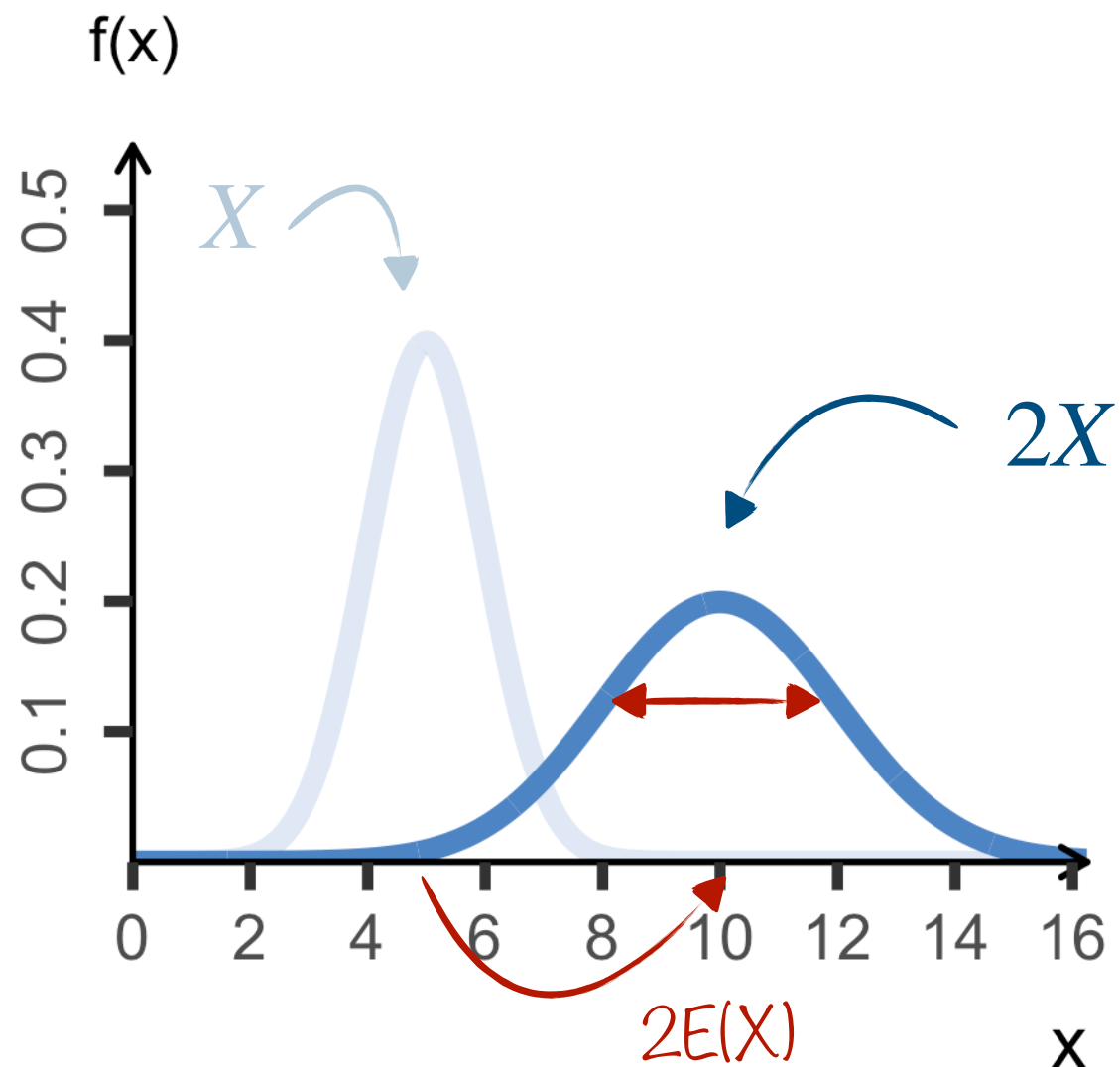
$$Var(aX) = a^2 Var(X)$$



Regneregler for lineærtransformasjoner

$$E(aX) = aE(X)$$

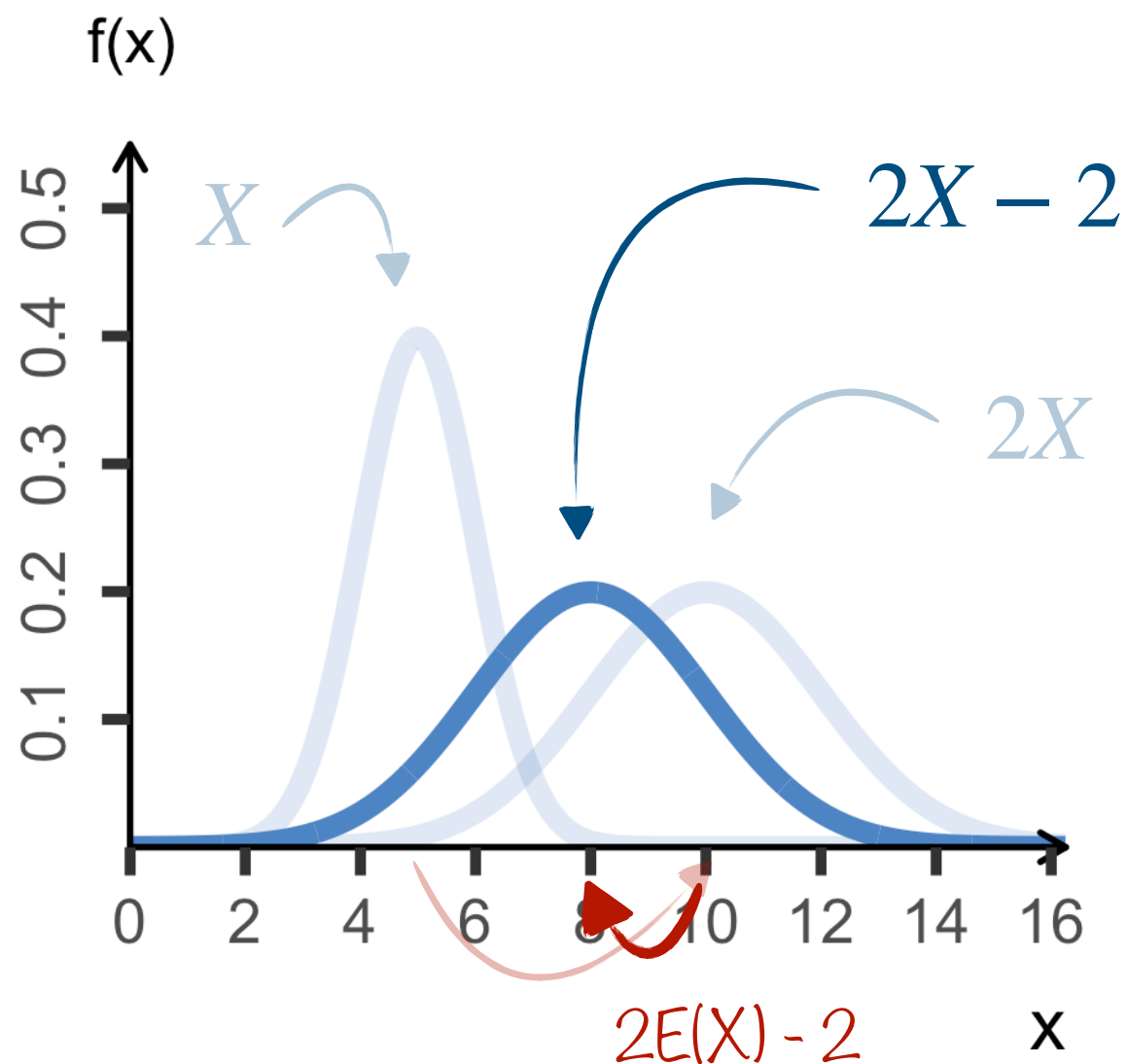
$$\text{Var}(aX) = a^2 \text{Var}(X)$$



Regneregler for lineærtransformasjoner

$$E(aX + b) = aE(X) + b$$

$$\text{Var}(aX + b) = a^2 \text{Var}(X)$$



Oppgave 1c

Tuva er på et byggevarehus og skal kjøpe planker.

Hun er interessert i planker som er spesifisert til å være 1 meter lange, men vet av erfaring at lengden ikke er helt nøyaktig.

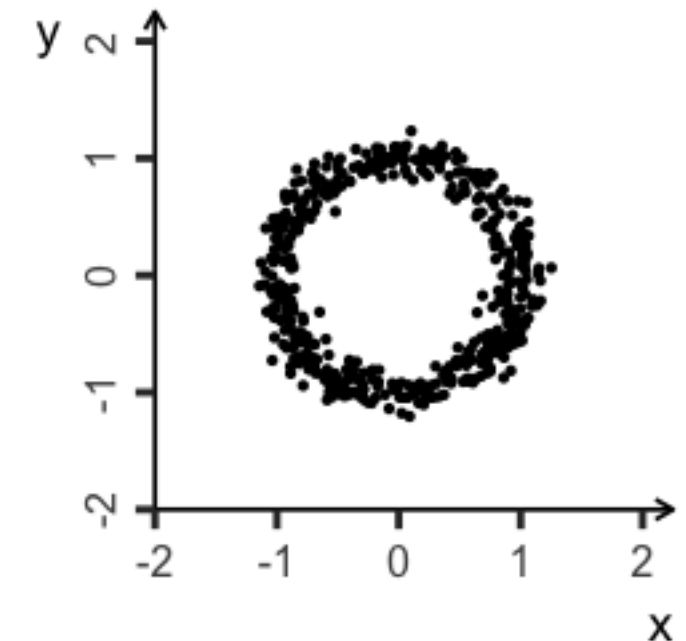
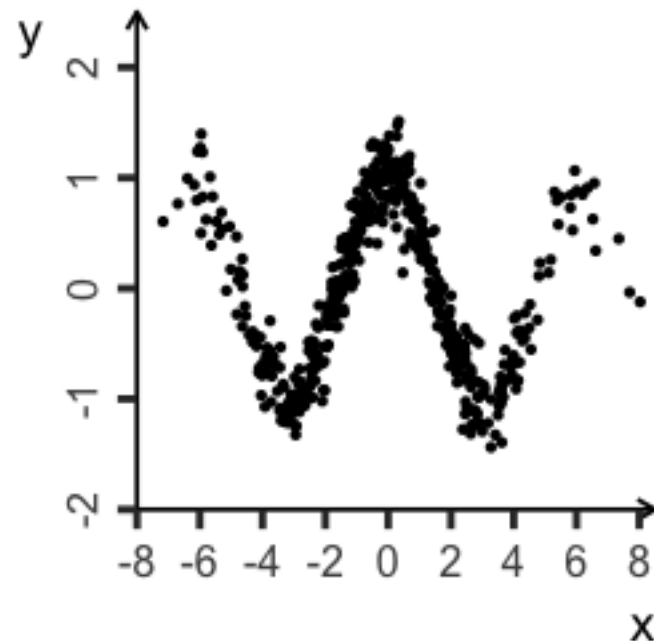
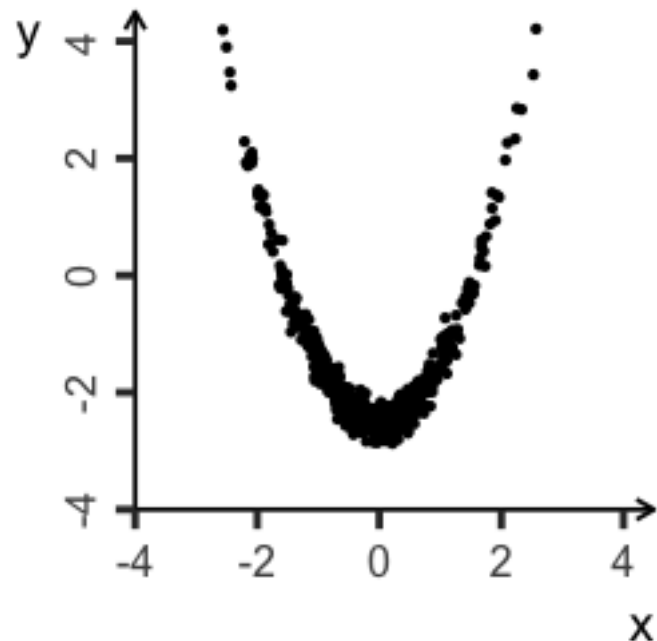
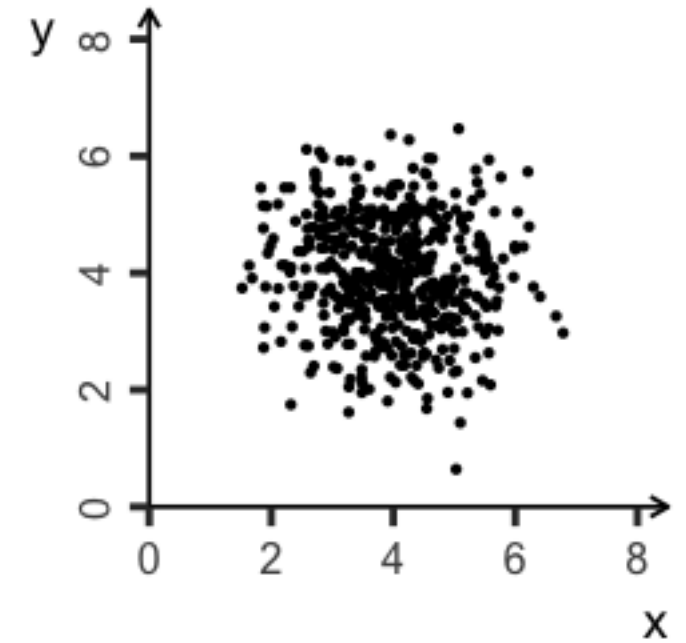
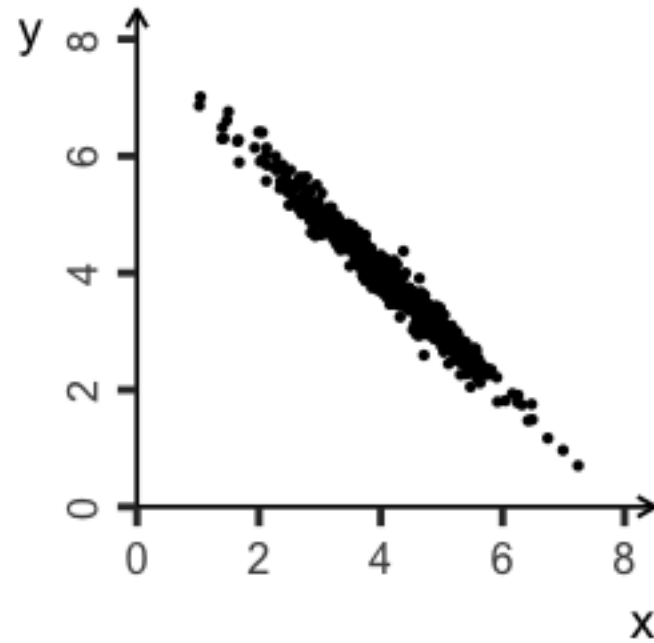
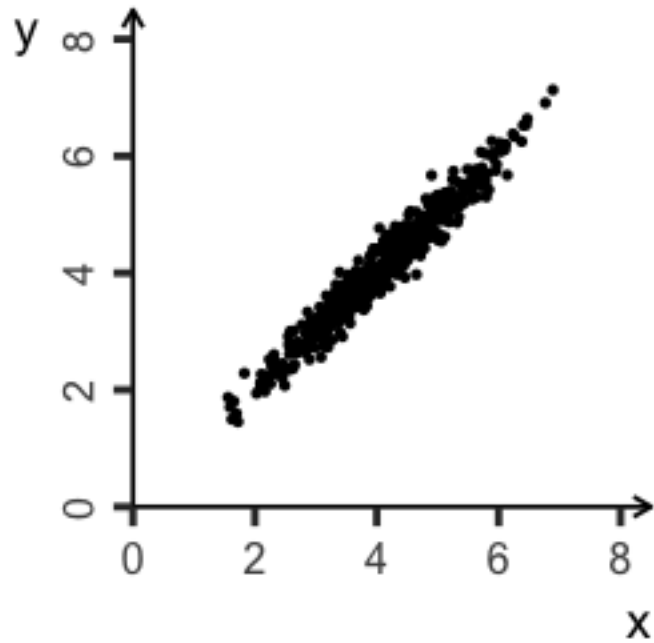
La X representere lengden til en tilfeldig valgt planke.
Tuva antar at $E(X) = 1$ meter og at $SD(X) = 0.05$ meter.

Tuva planlegger å kjøpe flere planker.

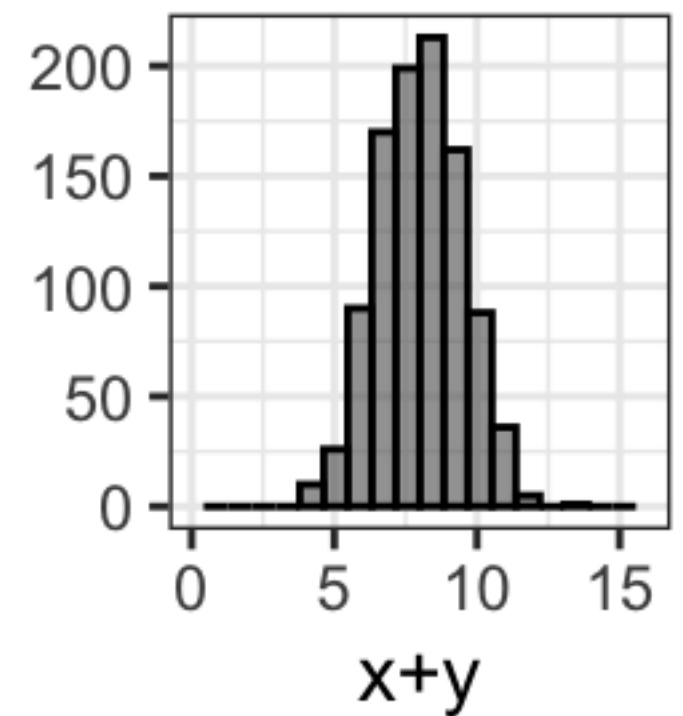
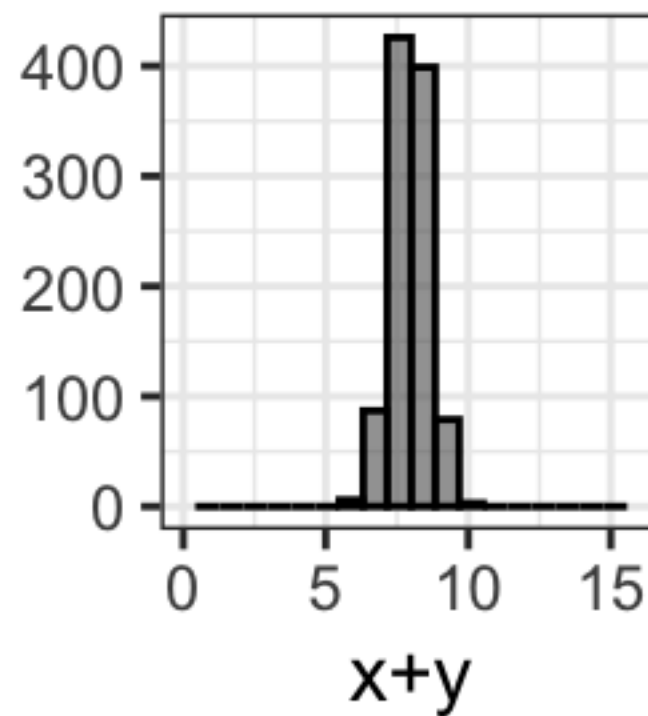
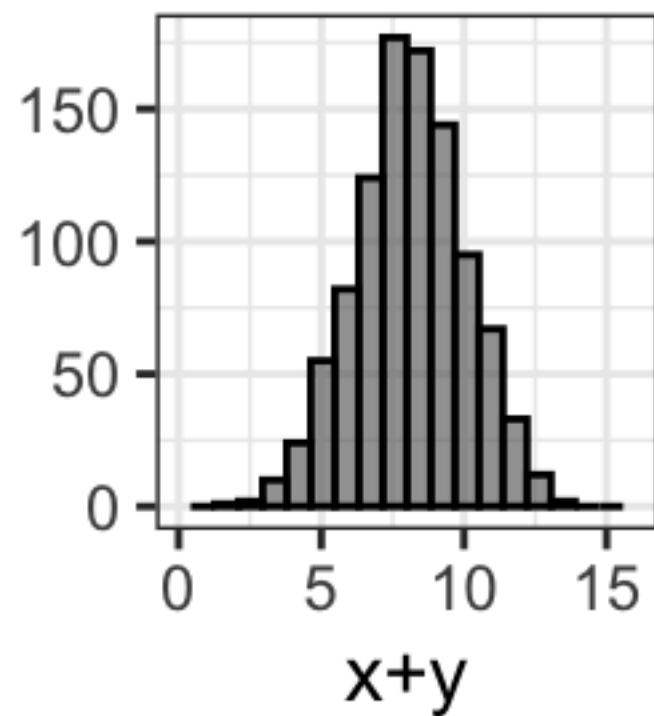
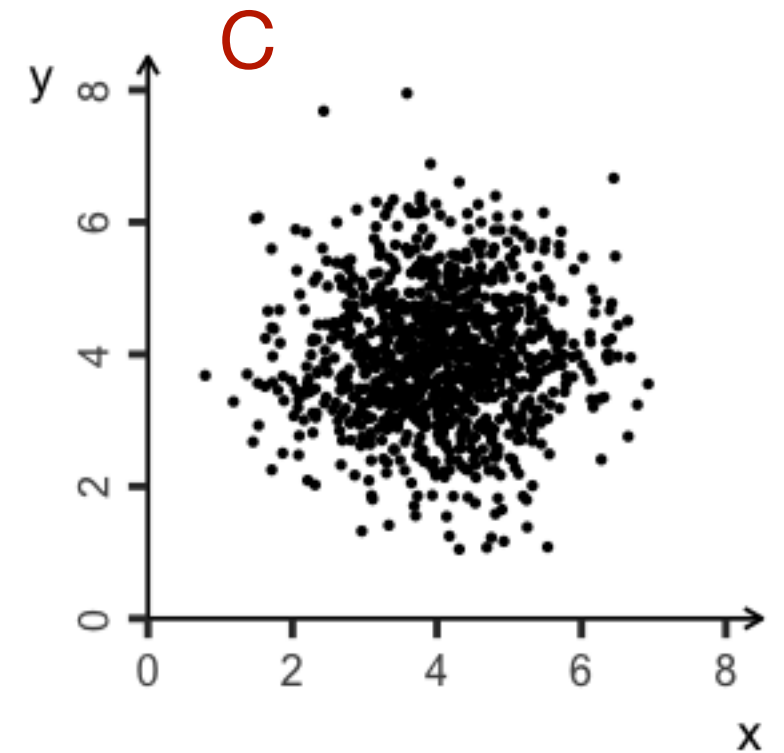
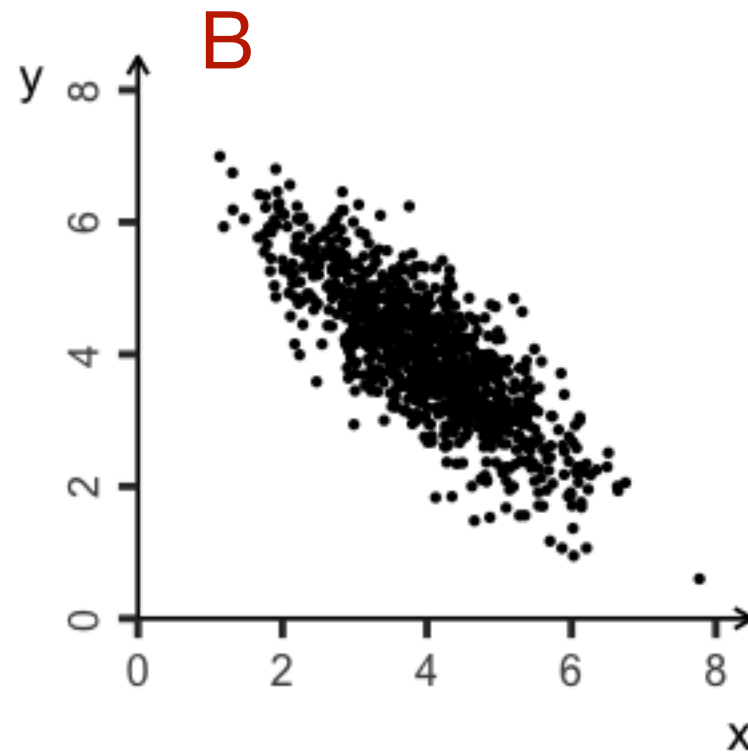
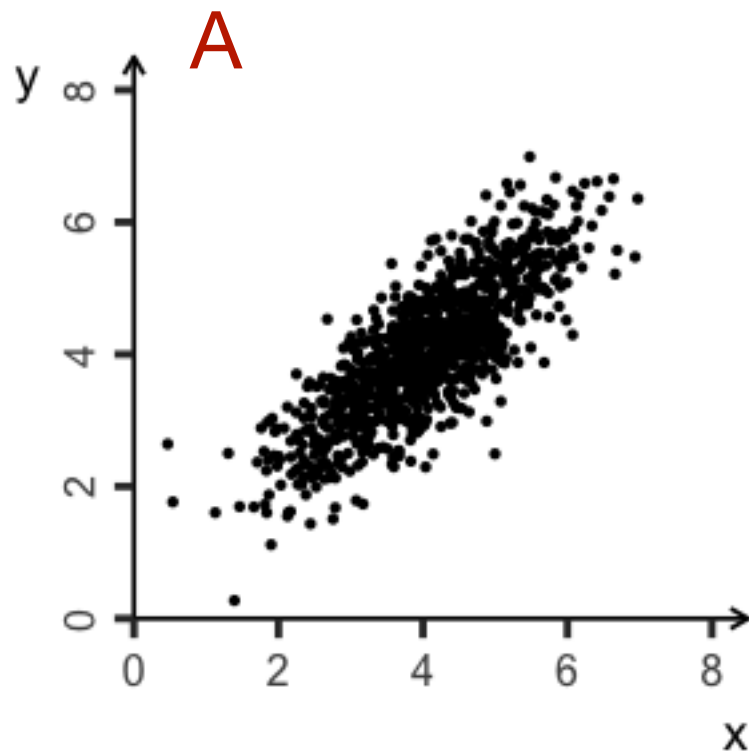
- i. Hva blir forventet sum av lengden til av 2 planker?
- ii. Og hva blir forventet gjennomsnittslengde til 10 planker?
- iii. Hva med varians og standardavvik?

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y)$$

Korrelasjon og (u)avhengighet



Sum av korrelerte variabler



$$\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) + 2\text{Cov}(X, Y)$$

Oppgave 1 c (igjen)

Tuva er på et byggevarehus og skal kjøpe planker.

Hun er interessert i planker som er spesifisert til å være 1 meter lange, men vet av erfaring at lengden ikke er helt nøyaktig.

La X representere lengden til en tilfeldig valgt planke.
Tuva antar at $E(X) = 1$ meter og at $SD(X) = 0.05$ meter.

Tuva planlegger å kjøpe flere planker.

- i. Hva blir forventet sum av lengden til av 2 planker?
- ii. Og hva blir forventet gjennomsnittslengde til 10 planker?
- iii. Hva med varians og standardavvik? **Anta uavhengige lengder**

$$\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$$

$$\text{Cov}(X, Y) = 0 \text{ når } X \text{ og } Y \text{ er uavhengige}$$

Oppgave 2a

En ball triller med hastighet h meter per sekund. Ballen veier m kg.

Vi ønsker å beregne ballens bevegelsesenergi (kinetisk energi):

$$y = 0.5mh^2$$

Vi har et måleinstrument for å måle hastigheten til ballen, men målingene er forbundet med usikkerhet.

La H betegne målingen av hastighet. Anta at $E(H) = h$ m/s og $SD(H) = 0.5$ m/s.

Hva blir forventet beregning av bevegelsesenergi, uttrykt ved h og m ?

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

Oppgave 2b

En ball triller med hastighet h meter per sekund. Ballen veier m kg.

Vi ønsker å beregne ballens bevegelsesenergi (kinetisk energi):

$$y = 0.5mh^2$$

Vi har et måleinstrument for å måle hastigheten til ballen, men målingene er forbundet med usikkerhet.

La H betegne målingen av hastighet. Anta at $E(H) = h$ m/s og $SD(H) = 0.5$ m/s.

Ballens vekt må også måles med et måleinstrument. La M betegne målingen av vekt. Anta at $E(M) = m$ kg, og at $SD(M) = 0.01$ kg.

Hva blir nå forventet beregning av bevegelsesenergi, uttrykt ved h og m ?
Du kan anta at de stokastiske variablene H og M er uavhengige.

$$E(XY) = E(X)E(Y) \text{ for uavhengige stok. var.}$$