Oppgave 1

Y_i: tid siste ytre
Z_i: tid siste indre

$X_i = Z_i - Y_i$

39 løpere, 24 hadde $x_i > 0$

La $\tilde{\mu}$ = medianen i fordelingen til X

$H_0: \tilde{\mu} = 0$ vs $H_1: \tilde{\mu} > 0$

Testobs.: $U = \sum_{i=1}^{n} I(X_i > 0)$

Beslutningsregel: $U \geq k$

Under H_0 er $\tilde{\mu} = 0$, altså er halvparten av obs. < 0, og resten > 0

$\Rightarrow U \overset{H_0}{\sim} Bin(n, p = 0.5)$

Signifikansnivå:

$P(\text{forkast } H_0 \mid H_0 \text{ sann})$
$= P(U \geq k \mid H_0)$
$= 1 - P(U < k \mid H_0)$
$= 1 - P(U \leq k-1 \mid H_0) \leq \alpha$

$1 - \alpha \leq P(U \leq k-1 \mid H_0)$

$\alpha = 0.05$
$\Rightarrow P(U \leq k-1 \mid H_0) \geq 0.95$

$H_0: p = 0.5$ i Binomisk

Tabell: $P(U \leq 25 \mid H_0) \geq 0.95$
$P(U \leq 24 \mid H_0) < 0.95$

$\Rightarrow k - 1 = 25 \Rightarrow k = 26$

Beslutningsregel:
forkast om $U \geq \underline{\underline{26}}$

Sochi: $u = 24 < 26$
$\Rightarrow$ forkaster ikke

p-verdi:

$P(U \geq 24 \mid H_0)$

$= P(U \geq 24 \mid U \sim Bin(39, 1/2))$

$= 1 - P(U < 24 \mid H_0)$

$= 1 - P(U \leq 23 \mid H_0)$

$= 1 - 0{,}9002$

$= \underline{\underline{0{,}0998}}$

<u>Oppgave 2</u>

b) X_i: hemoglobin etter høydeuts

Y_i: hemoglobin <u>ikke</u> høydeuts

$\bar{X} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^{6} X_i$

$\bar{Y} = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^{7} Y_i$

har

$E(X_i) = \mu_X$

$E(Y_i) = \mu_Y$

$H_0: \mu_X = \mu_Y$ vs

$H_1: \mu_X > \mu_Y$

$H_0: \mu_X - \mu_Y = 0$ vs

$H_1: \mu_X - \mu_Y > 0$

Testobs.: $\bar{X} - \bar{Y}$

Beslutningsregel:

$\bar{X} - \bar{Y} > k$ for en passende verdi k

Da har de i høydelus signifikant høyere kons. av hemoglobin enn de andre.

c) (Eksakt) permutasjons-test

Antall unike permutasjoner:

$$\frac{13!}{7! \cdot 6!} = 1716$$

La x_i være obs. av hemoglobin fra høydelus og y_i obs. ikke høydelus

---

Algoritme:

```
obs = [x1,...,x6,y1,...,y7]

xbar = mean(obs[1:6])
ybar = mean(obs[7:13])

combs = combn(1:13, 6)
  #genererer alle unike
   komb. av 6 av tallene
   1,..,13 -> x

u* = xbar - ybar

for i in 1:len(combs):
   other_combs = 1:13 !in combs[i]
     #finner de andre 7 tallene
      mellom 1 og 13 -> y

   u[i] = mean(obs[combs[i]])
     - mean(obs[other_combs])
end for
```

p_est = mean(u ≥ u*)

#antall minst like ekstrem som u* (u* inkl. i u)

p_est #p-verdi

d) Se slides for kode (ligger også på huben)

p-verdi > 0.05

⇒ beholder H_0

<u>Oppgave 3</u>

b) X_i: reduksjon hos medisinpas.

Y_i: reduksjon hos placebopas.

$$\bar{X} = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} X_i$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9} Y_i$$

ha:

$E(X_i) = \mu_X$

$E(Y_i) = \mu_Y$

$H_0: \mu_X = \mu_Y$ vs

$H_1: \mu_X > \mu_Y$

Evt:

$H_0: \mu_X - \mu_Y = 0$ vs

$H_1: \mu_X - \mu_Y > 0$

Testobs.: $\bar{X} - \bar{Y}$

Beslutningsregel:

$\bar{X} - \bar{Y} > k$ for en passende verdi k

Da har de som fikk medisin hatt en signifikant reduksjon i blodtrykk sammenlignet med placebo-gruppa
$\Rightarrow$ medisinen virker!

c) Permutasjonstest

Antall unike perm.:

$$\frac{19!}{10!\,9!} = 92378$$

La x_i: obs. av blodtrykk hos medisinpas.

y_i: obs. av blodtrykk placebo

Algoritme:

```
obs = [x1, ..., x10, y1, ..., y9]
xbar = mean(obs[1:10])
ybar = mean(obs[11:19])
u* = xbar - ybar
for i in 1:10000:
  obs_perm = shuffle(obs)
    #shuffle(.) shuffler/
     stokker om på alle
     verdiene i obs
  u[i] = mean(obs_perm[1:10])
   - mean(obs_perm[11:19])
end for

p_est = (sum(u ≥ u*) + 1) / (len(u) + 1)
  #antall minst like ekstreme
   som u*, +1 for u*
```

p_est #estimat på p-verdi

d) Se slides/lab for kode

p-verdi < 0.05

=> forkast H_0