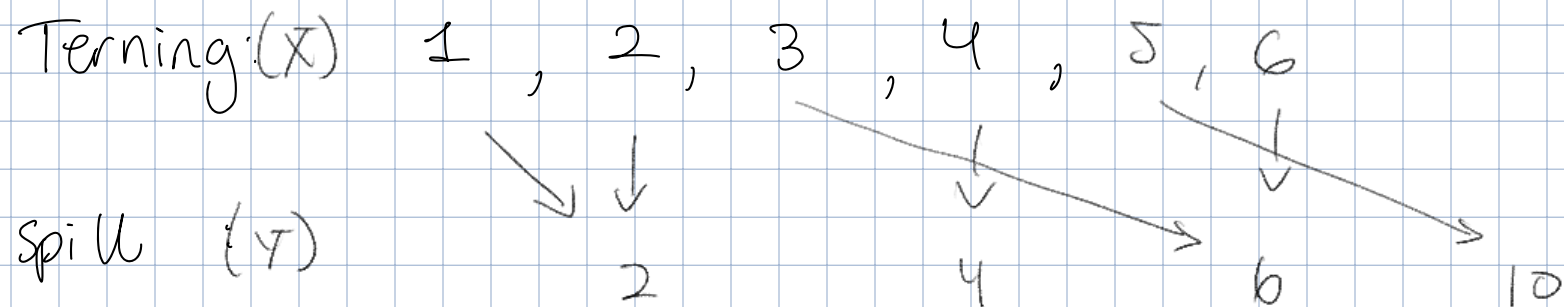


OPPG. 1



$$a) \quad P(Y=2) = \frac{2}{6} \quad P(Y=4) = \frac{1}{6} \quad P(Y=6) = \frac{2}{6} \quad P(Y=10) = \frac{1}{6}$$

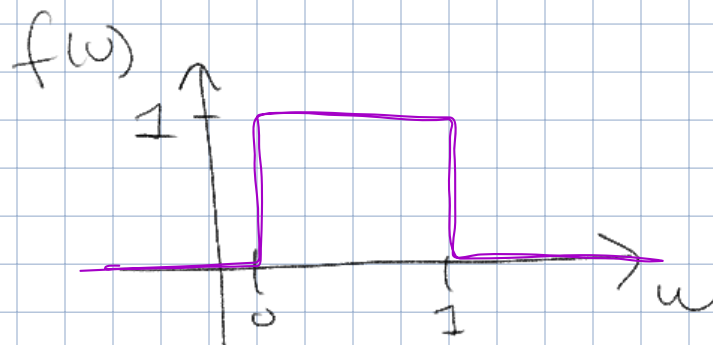
$$b) \quad E(Y) = 2 \cdot \frac{2}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{2}{6} + 10 \cdot \frac{1}{6}$$

$$= \frac{4 + 4 + 12 + 10}{6} = \frac{30}{6} = 5$$

OPPG 2

$$U \sim \text{Unif}(0, 1)$$

$$Y = \varphi \sqrt{U} \quad \varphi > 0$$



husk $y \in (0, \varphi)$

(rep ...)

$$\begin{aligned} P(Y \leq y) &= P(\varphi \sqrt{U} \leq y) \\ &= P(\sqrt{U} \leq y/\varphi) \\ &= P(U \leq (y/\varphi)^2) \end{aligned}$$

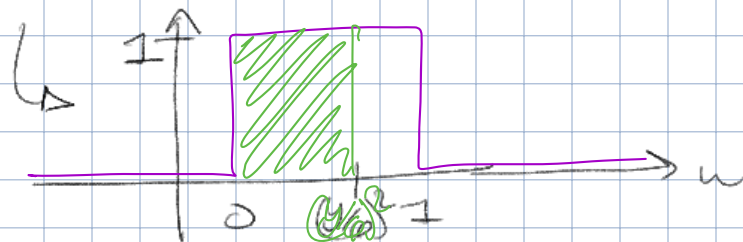
uten
triks!

$$\stackrel{\text{uten triks!}}{=} \int_{-\infty}^{(y/\varphi)^2} f_U(u) du = \int_0^{(y/\varphi)^2} f_U(u) du$$

$$= \int_0^{(y/\varphi)^2} 1 du = [u]_0^{(y/\varphi)^2} = \left(\frac{y}{\varphi}\right)^2$$

uten triks: husk

$$P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) dx$$



$$f_Y(y) = \frac{d}{dy} F_Y(y) = \frac{2y}{\phi^2}$$

Med transformasjonsformel:

$$U \sim \text{Unif}(0,1)$$

$$f_U(u) = 1 \text{ for } 0 \leq u \leq 1$$

$$Y = \phi \sqrt{U}$$

hva blir $f_Y(y)$?

1) Finn $u = w(y)$

2) Bruk formel

$$y = \phi \sqrt{u} \rightarrow u = \frac{y^2}{\phi^2} = w(y) \quad w'(y) = \frac{2y}{\phi^2}$$

$$f_Y(y) = f_U(w(y)) \cdot |w'(y)|$$

$$= \underset{\nearrow}{1} \cdot \frac{2y}{\varphi^2} = \frac{2y}{\varphi^2}$$

for di

$$0 \leq \frac{y^2}{\varphi^2} \leq 1$$

OPPG. 3 Feilforplantning (presentasjon av måleresultater)

H : måling av hastighet med et instrument

$$SD(H) = \sigma_H = 0.5 \text{ m/s}$$

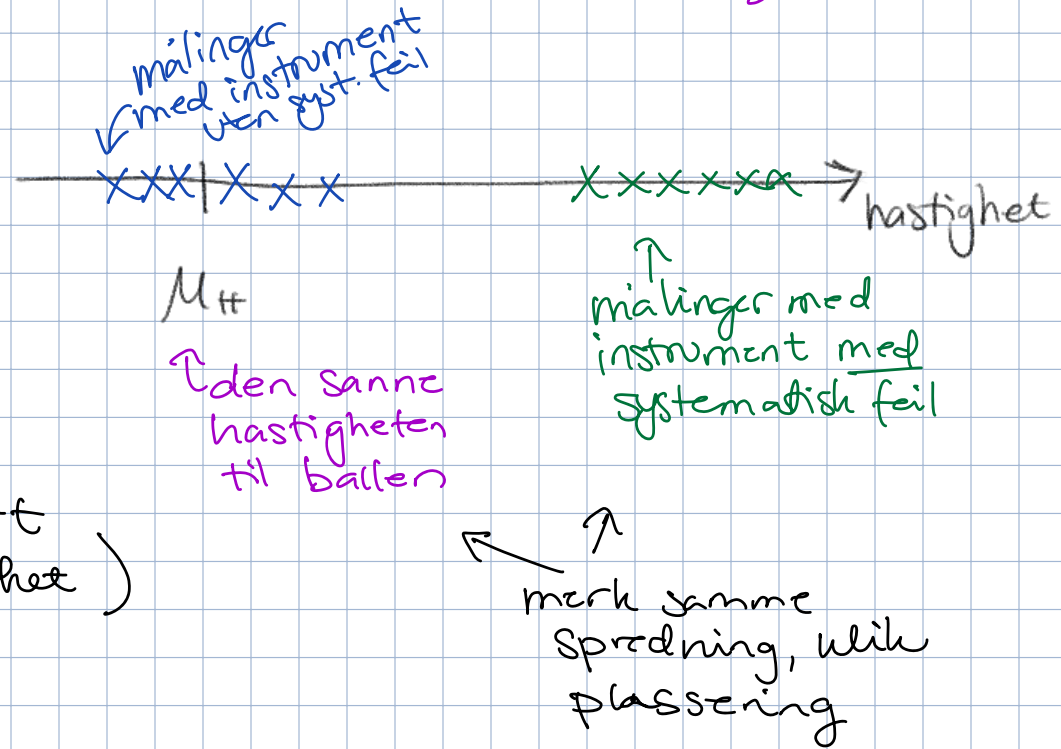
egenskap ved instrumentet og bruken av det

ingen systematisk feil:

$$\downarrow \Rightarrow E(H) = \mu_H$$

En måling h er en god gjetning på μ_H .

(Snittet av flere målinger åpenbart en bedre gjetning, lavere usikkerhet)



Måleresultat $h = 10.8 \text{ m/s}$

↑
gjetning på
sann hastighet
 μ_H .

$$\pm 0.5 \text{ m/s}$$

usikkerhet / standardavvik σ_H
(noen ganger $\pm 2\sigma_H$, $\pm 3\sigma_H$ osv)

M: måling av vekt

$E(M) = \mu_M \text{ kg}$ $SD(M) = \sigma_M = 0.01 \text{ kg}$

↑
sannvekt

← pga ingen systematiske feil

Måleresultat $m = 0.45 \text{ kg} \pm 0.01 \text{ kg}$

↑
gjetning på μ_H

↑
usikkerhet σ_H

$Y = g(M, H) = \frac{1}{2}MH^2$

↑
indirekte måling /
utgangsvariabel

↑
målefunksjon

←
inngangsvariabler

Vil vil finne måleresultat $y = \underline{\quad} \text{ J} \pm \underline{\quad} \text{ J}$

←
en gjetning på
sann bevegelses-
energi

↑
matematisk
sett en gjetning
på μ_Y

↑
usikkerhet
forbundet med
indirekte måling,
 σ_Y

←
 $(\text{m/s})^2 \text{ kg}$

* Litt derivasjon (med små bokstaver) *

$$y = g(m, h) = \frac{1}{2} m h^2$$

$$\frac{\partial y}{\partial m} = \frac{1}{2} h^2 \quad \frac{\partial y}{\partial h} = m h \quad \left(\begin{array}{l} \text{partiell-} \\ \text{deriverte} \end{array} \right)$$

* 1. ordens Taylorapproks. om $\mu_m, \mu_{\#}$ *

$$y \approx g(\mu_m, \mu_{\#}) + \frac{\partial y}{\partial m}(\mu_m, \mu_{\#})(m - \mu_m) + \frac{\partial y}{\partial h}(\mu_m, \mu_{\#})(h - \mu_{\#})$$

↑
nå er y lineær i m og h !

$$= \frac{1}{2} \mu_m \mu_{\#}^2 + \frac{1}{2} \mu_{\#}^2 (m - \mu_m) + \mu_m \mu_{\#} (h - \mu_{\#})$$

* Tilbake til stok. var *

$$Y \approx \frac{1}{2} \mu_m \mu_{\#}^2 + \frac{1}{2} \mu_{\#}^2 (M - \mu_m) + \mu_m \mu_{\#} (H - \mu_{\#})$$

$$E(Y) \approx \frac{1}{2} \mu_m \mu_{\#}^2 + \frac{1}{2} \mu_{\#}^2 E(M - \mu_m) + \mu_m \mu_{\#} E(H - \mu_{\#}) = \frac{1}{2} \mu_m \mu_{\#}^2$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \cdot 0.45 \cdot 10.8^2 = 26.2$$

$\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$
 gjetning gjetning på gjetning på
 på μ_M μ_M $\mu_Y = E(Y)$

$$\begin{aligned} \text{Var}(Y) &\approx 0 + \left(\frac{1}{2} \mu_H^2\right)^2 \text{Var}(M - \mu_M) + (\mu_M \mu_H)^2 \text{Var}(H - \mu_H) \\ &= \left(\frac{1}{2} \mu_H^2\right)^2 \text{Var}(M) + (\mu_M \mu_H)^2 \text{Var}(H) \end{aligned}$$

$$\rightarrow \left(\frac{1}{2} \cdot 10.8^2\right)^2 (0.01)^2 + (0.45 \cdot 10.8)^2 \cdot (0.05)^2$$

$\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$
 gjetning σ_M^2 gjetning gjetning σ_H^2
 på μ_H på μ_M på μ_H

$$\sigma_Y = \text{SD}(Y) \approx \sqrt{0.58^2 + 2.34^2} = 2.57$$

Måteresultat $y = 26.2 \text{ J} \pm 2.5 \text{ J}$