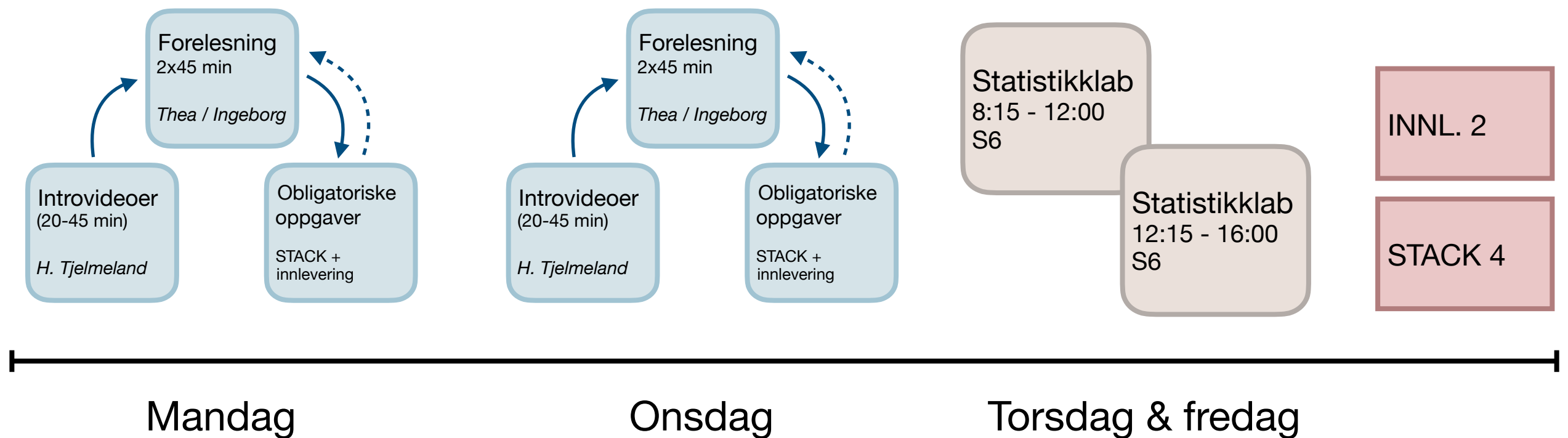


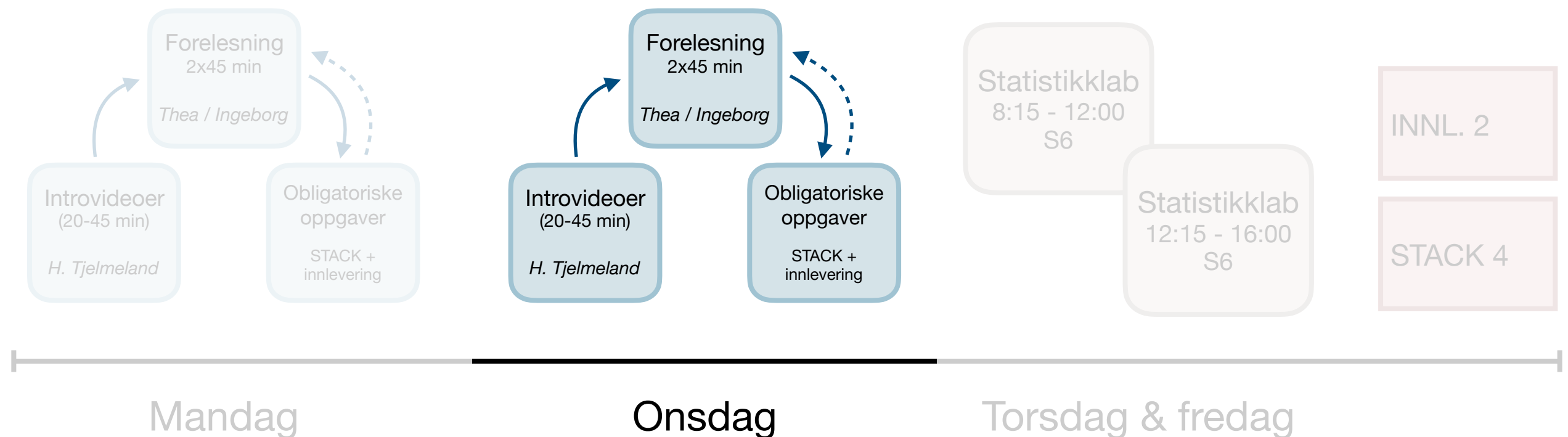
TMA4245 Statistikk

Uke 5 - onsdag

Svar gjerne på
spørreundersøkelsen!
Se våre nettsider.



Uke 5 (mandag 29. januar - fredag 2. februar)



Introvideoer

Introduksjon til viktige diskrete og kontinuerlige fordelinger

TMA4240/TMA4245 Statistikk
Håkon Tjelmeland
Institutt for matematiske fag
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Binomisk fordeling

TMA4240/TMA4245 Statistikk
Håkon Tjelmeland
Institutt for matematiske fag
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Oppgaver

STACK 4: Opppg. 4-6
INNLL. 2: Opppg. 6b

Sannsynlighetsfordelinger

- ★ Vi beskriver egenskaper til en stokastisk variabel X ved
 - sannsynlighetsfordelingen $f(x)$
 - forventningsverdien $\mu = E[X]$
 - variansen $\sigma^2 = \text{Var}[X]$
- ★ En del sannsynlighetsfordelinger er spesielt viktige
 - har et navn
 - skal nå studere noen av disse

Sannsynlighetsfordelinger

- ★ Vi beskriver egenskaper til en stokastisk variabel X ved

- sannsynlighetsfordelingen $f(x)$
- forventningsverdien $\mu = E[X]$
- variansen $\sigma^2 = \text{Var}[X]$

- ★ En del sannsynlighetsfordelinger er spesielt viktige

- har et navn
- skal nå studere noen av disse

F.eks.: Uniformfordeling

- ★ For hver av disse fordelingene skal vi

- definere fordelingen
 - beskrive et stokastisk forsøk som gir X
 - definere X som en funksjon av andre stokastiske variabler
 - definere $f(x)$
- utlede formel for $f(x)$
- utlede formel for $E[X]$ og $\text{Var}[X]$
- hvordan simulere fra fordelingen?
- hvordan finne
 - sannsynlighet $F(x) = P(X \leq x)$
 - kvantil q slik at $x = F^{-1}(q)$?

- ★ Ser først på en del diskrete fordelinger, deretter en del kontinuerlige fordelinger

31/1 og 5/2

7/2 og 12/2

Husk

Stokastisk variabel $X(\cdot)$ er en funksjon som oversetter utfall e_i i utfallsrommet S til reelle tall.

Punktsannsynlighet (sannsynlighetsfunksjon) $f(x)$ beskriver sannsynligheten for at $X = x$ for alle hendelser e_i .

$f(x)$ kan være beskrevet av (ukjente) *parametere*, som betyr at den kommer i mange ulike versjoner for de ulike parameterverdiene.

Diskret uniformfordeling for terningkast med en k -sidet terning.

Stokastisk forsøk: Kaste en terning med k sider

X : Resultat av terningkast

$$f(x) = P(X = x) = 1/k, x = 1, \dots, k$$

Parameter: k



Kilde: <https://snl.no/terning>

Binomisk fordeling

Definisjon (Bernoulli forsøksrekke)

Anta at vi gjentar et stokastisk forsøk mange ganger. Vi sier da at vi har en Bernoulli forsøksrekke dersom

- ★ forsøket har to mulige utfall, som vi kaller henholdsvis «suksess» og «fiasko»,
- ★ utfallet av forsøkene er uavhengige,
- ★ sannsynligheten for suksess er lik (p) i alle forsøkene.

Myntkast

Få en femmer

Vinne i stigespill
når man starter

Person stemmer
MDG

Definisjon (Binomisk fordeling)

Anta at vi har en Bernoulli forsøksrekke hvor vi gjentar et forsøk n ganger, og la X være antall forsøk som gir suksess. Vi sier da at X er binomisk fordelt med parametre n og p .

Fra video:

- ★ Punktsannsynlighet

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}, x = 0, 1, 2, \dots, n$$

Binomialkoeffisienten!

Definisjon (Bernoulli forsøksrekke)

Anta at vi gjentar et stokastisk forsøk mange ganger. Vi sier da at vi har en Bernoulli forsøksrekke dersom

- ★ forsøket har to mulige utfall, som vi kaller henholdsvis «suksess» og «fiasko»,
- ★ utfallet av forsøkene er uavhengige,
- ★ sannsynligheten for suksess er lik (p) i alle forsøkene.

Myntkast

Få en femmer

Vinne i stigespill
når man starter

Person stemmer
MDG

Definisjon (Binomisk fordeling)

Anta at vi har en Bernoulli forsøksrekke hvor vi gjentar et forsøk n ganger, og la X være antall forsøk som gir suksess. Vi sier da at X er binomisk fordelt med parametre n og p .

Fra video:

- ★ Punktsannsynlighet

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}, x = 0, 1, 2, \dots, n$$

Binomialkoeffisienten!

Fra “Tabeller og formuler i statistikk”:

Binomisk fordeling

$$f(x) = b(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}, \quad x = 0, 1, \dots, n.$$

$$E(X) = np, \quad \text{Var}(X) = np(1 - p), \quad M_X(t) = (pe^t + 1 - p)^n.$$

TABELLER OG FORMLER I STATISTIKK

**Institutt for matematiske fag
NTNU**


FAGBOKFORLAGET

Oppgave 1

En flervalgsprøve består av ti spørsmål som hver har fem svaralternativer, der kun ett alternativ er riktig. Man stryker om man har færre enn fire riktige svar. Hva er sannsynligheten for å stryke dersom man ikke har peiling og gjetter vilt?

Bernoulli forsøksrekke:

- hvert forsøk har to utfall
- uavhengige forsøk
- lik sanns. p i alle forsøk

+

n forsøk

= binomisk fordeling

Binomisk fordeling

$$f(x) = b(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}, \quad x = 0, 1, \dots, n.$$

$$E(X) = np, \quad \text{Var}(X) = np(1 - p), \quad M_X(t) = (pe^t + 1 - p)^n.$$

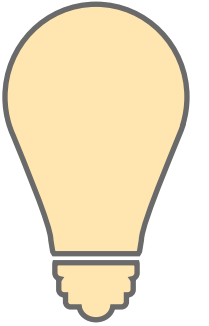
Viktig verktøy: Tabell med kumulative sannsynligheter i binomisk fordeling

Binomisk fordeling

$$P(X \leq x)$$

<i>n</i>	<i>x</i>	<i>p</i>											
		.05	.10	.15	.20	.25	.30	.40	.50	.60	.70	.80	.90
9	0	.630	.387	.232	.134	.075	.040	.010	.002	.000	.000	.000	.000
	1	.929	.775	.599	.436	.300	.196	.071	.020	.004	.000	.000	.000
	2	.992	.947	.859	.738	.601	.463	.232	.090	.025	.004	.000	.000
	3	.999	.992	.966	.914	.834	.730	.483	.254	.099	.025	.003	.000
	4	1.000	.999	.994	.980	.951	.901	.733	.500	.267	.099	.020	.001
	5	1.000	1.000	.999	.997	.990	.975	.901	.746	.517	.270	.086	.008
	6	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.975	.910	.768	.537	.262	.053
	7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.980	.929	.804	.564	.225
	8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.990	.960	.866	.613
10	0	.599	.349	.197	.107	.056	.028	.006	.001	.000	.000	.000	.000
	1	.914	.736	.544	.376	.244	.149	.046	.011	.002	.000	.000	.000
	2	.988	.930	.820	.678	.526	.383	.167	.055	.012	.002	.000	.000
	3	.999	.987	.950	.879	.776	.650	.382	.172	.055	.011	.001	.000
	4	1.000	.998	.990	.967	.922	.850	.633	.377	.166	.047	.006	.000
	5	1.000	1.000	.999	.994	.980	.953	.834	.623	.367	.150	.033	.002
	6	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.989	.945	.828	.618	.350	.121	.013
	7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.988	.945	.833	.617	.322	.070
	8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.989	.954	.851	.624	.264
	9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.994	.972	.893	.651
11	0	.569	.314	.167	.086	.042	.020	.004	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.898	.697	.492	.322	.197	.113	.030	.006	.001	.000	.000	.000
	2	.985	.910	.779	.617	.455	.313	.119	.033	.006	.001	.000	.000
	3	.998	.981	.931	.839	.713	.570	.296	.113	.029	.004	.000	.000
	4	1.000	.997	.984	.950	.885	.790	.533	.274	.099	.022	.002	.000
	5	1.000	1.000	.997	.988	.966	.922	.753	.500	.247	.078	.012	.000
	6	1.000	1.000	1.000	.998	.992	.978	.901	.726	.467	.210	.050	.003
	7	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.971	.887	.704	.430	.161	.019
	8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.994	.967	.881	.687	.383	.090
	9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.994	.970	.887	.678	.303
	10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.980	.914	.686

Oppgave 2



Du trenger 10 lyspærer til hytta. Du vet at 90% av lyspærene du kjøper fungerer, mens 10% ikke gjør det. Du får ikke sjekket om de fungerer før du er på hytta.

For å være 95% sikker på at du har med deg minst 10 fungerende lyspærer, hvor mange må du ta med deg?

Vi antar at lyspærene fungerer/ikke fungerer uavhengig av hverandre.

Oppgaveteksten kokt ned til statistikk-språk:

Stokastisk forsøk: sjekke om lyspære fungerer

X : antall fungerende lyspærer

p : sannsynligheten for at lyspære fungerer

$X \sim \text{Bin}(n, p = 0.9)$

Bernoulli forsøksrekke:

- hvert forsøk har to utfall
- uavhengige forsøk
- lik sanns. p i alle forsøk

+

n forsøk

= binomisk fordeling

Binomisk fordeling

$$P(X \leq x)$$

n	x	p											
		.05	.10	.15	.20	.25	.30	.40	.50	.60	.70	.80	.90
9	0	.630	.387	.232	.134	.075	.040	.010	.002	.000	.000	.000	.000
	1	.929	.775	.599	.436	.300	.196	.071	.020	.004	.000	.000	.000
	2	.992	.947	.859	.738	.601	.463	.232	.090	.025	.004	.000	.000
	3	.999	.992	.966	.914	.834	.730	.483	.254	.099	.025	.003	.000
	4	1.000	.999	.994	.980	.951	.901	.733	.500	.267	.099	.020	.001
	5	1.000	1.000	.999	.997	.990	.975	.901	.746	.517	.270	.086	.008
	6	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.975	.910	.768	.537	.262	.053
	7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.980	.929	.804	.564	.225
	8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.990	.960	.866	.613
10	0	.599	.349	.197	.107	.056	.028	.006	.001	.000	.000	.000	.000
	1	.914	.736	.544	.376	.244	.149	.046	.011	.002	.000	.000	.000
	2	.988	.930	.820	.678	.526	.383	.167	.055	.012	.002	.000	.000
	3	.999	.987	.950	.879	.776	.650	.382	.172	.055	.011	.001	.000
	4	1.000	.998	.990	.967	.922	.850	.633	.377	.166	.047	.006	.000
	5	1.000	1.000	.999	.994	.980	.953	.834	.623	.367	.150	.033	.002
	6	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.989	.945	.828	.618	.350	.121	.013
	7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.988	.945	.833	.617	.322	.070
	8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.989	.954	.851	.624	.264
	9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.994	.972	.893	.651
11	0	.569	.314	.167	.086	.042	.020	.004	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.898	.697	.492	.322	.197	.113	.030	.006	.001	.000	.000	.000
	2	.985	.910	.779	.617	.455	.313	.119	.033	.006	.001	.000	.000
	3	.998	.981	.931	.839	.713	.570	.296	.113	.029	.004	.000	.000
	4	1.000	.997	.984	.950	.885	.790	.533	.274	.099	.022	.002	.000
	5	1.000	1.000	.997	.988	.966	.922	.753	.500	.247	.078	.012	.000
	6	1.000	1.000	1.000	.998	.992	.978	.901	.726	.467	.210	.050	.003
	7	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.971	.887	.704	.430	.161	.019
	8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.994	.967	.881	.687	.383	.090
	9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.994	.970	.887	.678	.303
	10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.980	.914	.686	

Binomisk fordeling

$$P(X \leq x)$$

n	x	p											
		.05	.10	.15	.20	.25	.30	.40	.50	.60	.70	.80	.90
12	0	.540	.282	.142	.069	.032	.014	.002	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.882	.659	.443	.275	.158	.085	.020	.003	.000	.000	.000	.000
	2	.980	.889	.736	.558	.391	.253	.083	.019	.003	.000	.000	.000
	3	.998	.974	.908	.795	.649	.493	.225	.073	.015	.002	.000	.000
	4	1.000	.996	.976	.927	.842	.724	.438	.194	.057	.009	.001	.000
	5	1.000	.999	.995	.981	.946	.882	.665	.387	.158	.039	.004	.000
	6	1.000	1.000	.999	.996	.986	.961	.842	.613	.335	.118	.019	.001
	7	1.000	1.000	1.000	.999	.997	.991	.943	.806	.562	.276	.073	.004
	8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.985	.927	.775	.507	.205	.026
	9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.997	.981	.917	.747	.442	.111
	10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.997	.980	.915	.725	.341
	11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.986	.931	.718
13	0	.513	.254	.121	.055	.024	.010	.001	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.865	.621	.398	.234	.127	.064	.013	.002	.000	.000	.000	.000
	2	.975	.866	.692	.502	.333	.202	.058	.011	.001	.000	.000	.000
	3	.997	.966	.882	.747	.584	.421	.169	.046	.008	.001	.000	.000
	4	1.000	.994	.966	.901	.794	.654	.353	.133	.032	.004	.000	.000
	5	1.000	.999	.992	.970	.920	.835	.574	.291	.098	.018	.001	.000
	6	1.000	1.000	.999	.993	.976	.938	.771	.500	.229	.062	.007	.000
	7	1.000	1.000	1.000	.999	.994	.982	.902	.709	.426	.165	.030	.001
	8	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.968	.867	.647	.346	.099	.006
	9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.992	.954	.831	.579	.253	.034
	10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.989	.942	.798	.498	.134
	11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.987	.936	.766	.379
	12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.990	.945	.746
14	0	.488	.229	.103	.044	.018	.007	.001	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.847	.585	.357	.198	.101	.047	.008	.001	.000	.000	.000	.000
	2	.970	.842	.648	.448	.281	.161	.040	.006	.001	.000	.000	.000
	3	.996	.956	.853	.698	.521	.355	.124	.029	.004	.000	.000	.000
	4	1.000	.991	.953	.870	.742	.584	.279	.090	.018	.002	.000	.000
	5	1.000	.999	.988	.956	.888	.781	.486	.212	.058	.008	.000	.000
	6	1.000	1.000	.998	.988	.962	.907	.692	.395	.150	.031	.002	.000
	7	1.000	1.000	1.000	.998	.990	.969	.850	.605	.308	.093	.012	.000
	8	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.992	.942	.788	.514	.219	.044	.001
	9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.982	.910	.721	.416	.130	.009
	10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.971	.876	.645	.302	.044
	11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.994	.960	.839	.552	.158
	12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.992	.953	.802	.415
	13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.993	.956	.771

Multinomisk fordeling

Binomisk: 2 mulige utfall per forsøk

Multinomisk: k mulige utfall per forsøk

Multinomisk fordeling

- ★ Ved å la hvert forsøk i Bernoulli forsøksrekke ha k mulige resultat, $E_1, E_2, \dots, E_k$, med sannsynligheter $p_1, p_2, \dots, p_k$, og la

X_i : antall forsøk som resulterer i resultat E_i

får vi en multinomisk fordeling

- ★ Man kan utlede at

$$f(x_1, x_2, \dots, x_k) = \frac{n!}{x_1! \cdot x_2! \cdot \dots \cdot x_k!} p_1^{x_1} p_2^{x_2} \cdot \dots \cdot p_k^{x_k}, x_i \in \{0, 1, 2, \dots, n\} \text{ og } \sum_{i=1}^n x_i = n$$

$$E[X_i] = np_i$$

$$\text{Var}[X_i] = np_i(1 - p_i)$$

n terningkast med vanlig terning (antall enere, toere, ..., seksere)

n terningkast med urettferdig terning (antall enere, toere, ..., seksere)

Obs! Multinomiske forsøk har ofte maaange mulige utfall, som alle har ganske små sannsynligheter.

Oppgave 3

En darts kive er delt inn i 20 sektorer (“pizzastykker”). Hver sektor er videre delt inn i fire områder, og i tillegg er det en egen “blink” i midten (bull’s eye). Hver sektor gir mellom 1 og 20 poeng, og kan gi doble eller triple poeng.

En spiller har følgende sannsynligheter for å treffe de ulike områdene på skiva:

- $P(\text{bulls eye}) = 0.01$
- $P(\text{dobbel}) = 0.1$
- $P(\text{trippel}) = 0.05$
- $P(\text{bom}) = 0.02$

Multinomisk fordeling

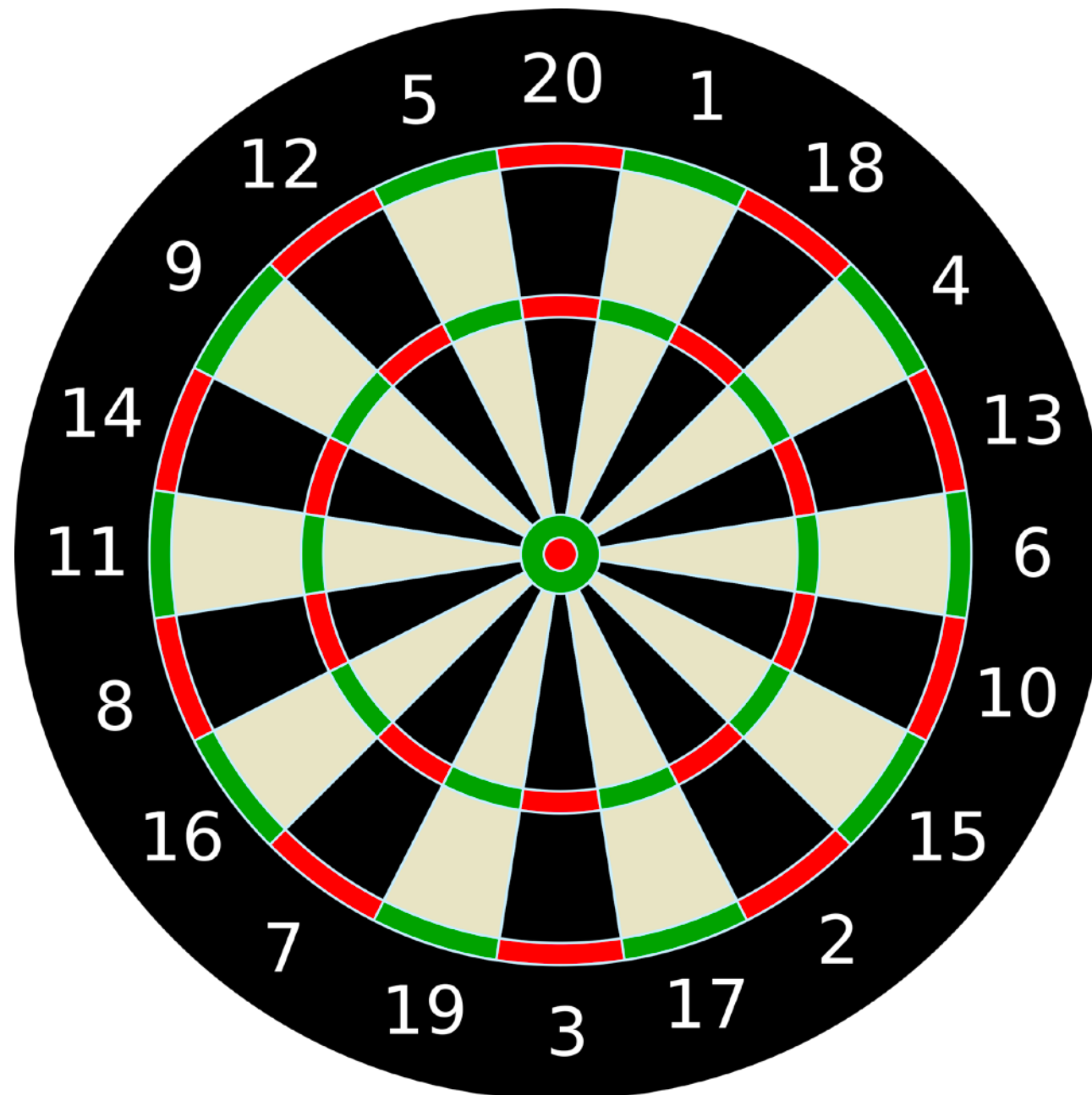
$$f(x_1, \dots, x_k; p_1, \dots, p_k, n) = \frac{n!}{x_1! \cdots x_k!} p_1^{x_1} \cdots p_k^{x_k}, \text{ der } \sum_{i=1}^k x_i = n \text{ og } \sum_{i=1}^k p_i = 1.$$

$$E(X_i) = np_i, \quad \text{Var}(X_i) = np_i(1 - p_i), \quad \text{Cov}(X_i, X_j) = -np_i p_j \text{ for } i \neq j.$$

Spesialtilfeller: For $k = 2$ er X_1 binomisk fordelt og for $k = 3$ sies (X_1, X_2) å være trinomisk fordelt.

a) Hvilke parametere har vi?

Oppgave 3

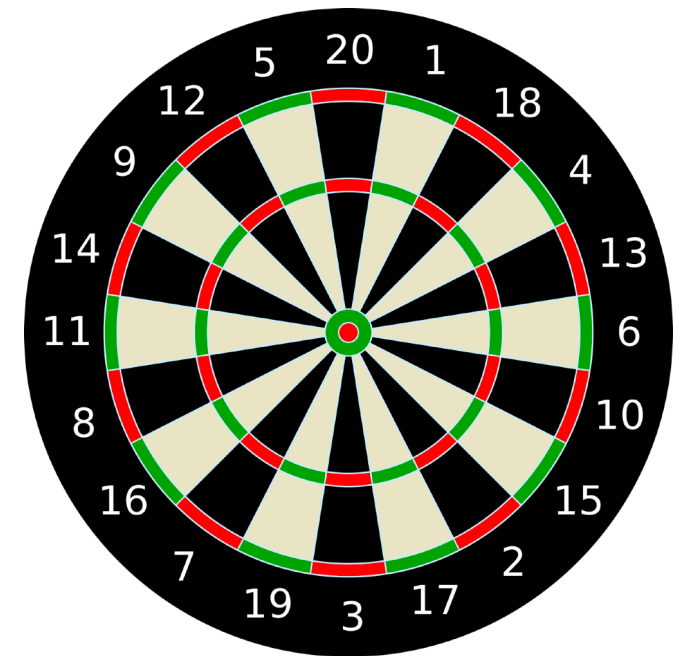


Kilde: <https://no.wikipedia.org/wiki/Dart>

Oppgave 3

En spiller har følgende sannsynligheter for å treffe de ulike områdene på skiva:

- $P(\text{bulls eye}) = 0.01$
- $P(\text{dobbel}) = 0.1$
- $P(\text{trippel}) = 0.05$
- $P(\text{bom}) = 0.02$



Kilde: <https://no.wikipedia.org/wiki/Dart>

b) Hva er sannsynligheten for at spilleren får nøyaktig ingen bull's eye, to doble, ingen triple og én bom på sju kast?

Multinomisk fordeling

$$f(x_1, \dots, x_k; p_1, \dots, p_k, n) = \frac{n!}{x_1! \dots x_k!} p_1^{x_1} \dots p_k^{x_k}, \text{ der } \sum_{i=1}^k x_i = n \text{ og } \sum_{i=1}^k p_i = 1.$$

$$E(X_i) = np_i, \quad \text{Var}(X_i) = np_i(1 - p_i), \quad \text{Cov}(X_i, X_j) = -np_i p_j \text{ for } i \neq j.$$

Oppgave 4

TMA4240 Statistikk, 15. desember 2015 – bokmål

Oppgave 3 Robotkommunikasjon

To roboter kommuniserer ved å sende binære signaler til hverandre. Dessverre er ikke overføringen av signaler perfekt: Det er en sannsynlighet for at hvis 0 er sendt fra den ene roboten så mottas 1 av den andre roboten, og hvis 1 er sendt fra den ene roboten mottas 0 av den andre roboten.

- a) La X være en diskret stokastisk variabel som angir signalet som er sendt, og la Y være en diskret stokastisk variabel som angir signalet som er mottatt. Mulige verdier for X og Y er 0 og 1. Anta at $P(X = 1) = 0.2$. Anta videre at kommunikasjonen er slik at $P(Y = 1 | X = 1) = P(Y = 0 | X = 0) = 0.9$.

Bruk loven om total sannsynlighet til å regne ut $P(Y = 1)$.

Bruk Bayes' regel til å regne ut sannsynligheten $P(X = 1 | Y = 1)$.

Setningen om total sannsynlighet

La $B_1, \dots, B_k$ være en partisjon av utfallsrommet. Da er

$$P(A) = \sum_{i=1}^k P(A|B_i)P(B_i).$$

Bayes regel

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

Oppgave 4

Setningen om total sannsynlighet

La $B_1, \dots, B_k$ være en partisjon av utfallsrommet. Da er

$$P(A) = \sum_{i=1}^k P(A|B_i)P(B_i).$$

TMA4240 Statistikk, 15. desember 2015 – bokmål

Vi ser videre på signaler av lengde 5. La X_i være en diskret stokastisk variabel som angir signalet som er sendt i posisjon i , og Y_i en diskret stokastiske variabel som angir signalet som er mottatt i posisjon i . Her er $i = 1, 2, \dots, 5$, og de mulige verdiene til X_i og Y_i er 0 og 1. Anta at signalet i hver posisjon i overføres korrekt med sannsynlighet $P(Y_i = 1 | X_i = 1) = P(Y_i = 0 | X_i = 0) = 0.9$ for alle $i = 1, 2, \dots, 5$. Den stokastiske variabelen Y_i er kun avhengig av X_i og ikke av andre Y_j eller X_j , for $j \neq i$.

- b) Hva er sannsynligheten for at et utsendt signal blir korrekt mottatt i minst 4 av de 5 posisjonene?

I en situasjon har vi at signalene $(0, 0, 0, 0, 0)$ og $(1, 1, 1, 1, 1)$ begge har sannsynlighet 0.35 for å bli utsendt, mens hver av de resterende 30 mulige signalene har sannsynlighet 0.01. Dersom mottatt signal er $(0, 0, 0, 0, 0)$. Hva er sannsynligheten for at utsendt signal er $(0, 0, 0, 0, 0)$?

Binomisk fordeling

$$f(x) = b(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \quad x = 0, 1, \dots, n.$$

$$E(X) = np, \quad \text{Var}(X) = np(1-p), \quad M_X(t) = (pe^t + 1 - p)^n.$$

Bayes regel

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

Oppgave 5

Oppgave 1 Elektrisk sparkesykkel

Et sykehus som behandler pasienter med bruddskader, ønsker å studere sammenhengen mellom bruk av elektrisk sparkesykkel og bruddskader. De registrerer derfor om hver pasient med bruddskader fikk skaden ved bruk av elektrisk sparkesykkel. I 2018 behandlet sykehuset n pasienter med bruddskader. Anta videre at sannsynligheten for at en tilfeldig valgt pasient med bruddskade hadde vært utsatt for en ulykke ved bruk av elektrisk sparkesykkel er p .

La X være antall pasienter med bruddskader som var involvert i ei ulykke ved bruk av elektrisk sparkesykkel. Da er X binomisk fordelt med n forsøk og konstant suksessannsynlighet p .

- a) Anta bare i dette punktet at $n = 17$ og $p = 0.2$.
- i) Finn sannsynligheten for at nøyaktig 4 av pasientene med bruddskader var involvert i en ulykke med elektrisk sparkesykkel.
- ii) Finn sannsynligheten for at minst 4 av pasientene med bruddskader var involvert i en ulykke med elektrisk sparkesykkel.

$$f(x) = b(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}, \quad x = 0, 1, \dots, n.$$

$$E(X) = np, \quad \text{Var}(X) = np(1 - p), \quad M_X(t) = (pe^t + 1 - p)^n.$$

Binomisk fordeling

$$P(X \leq x)$$

<i>n</i>	<i>x</i>	<i>p</i>											
		.05	.10	.15	.20	.25	.30	.40	.50	.60	.70	.80	.90
17	0	.418	.167	.063	.023	.008	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.792	.482	.252	.118	.050	.019	.002	.000	.000	.000	.000	.000
	2	.950	.762	.520	.310	.164	.077	.012	.001	.000	.000	.000	.000
	3	.991	.917	.756	.549	.353	.202	.046	.006	.000	.000	.000	.000
	4	.999	.978	.901	.758	.574	.389	.126	.025	.003	.000	.000	.000
	5	1.000	.995	.968	.894	.765	.597	.264	.072	.011	.001	.000	.000
	6	1.000	.999	.992	.962	.893	.775	.448	.166	.035	.003	.000	.000
	7	1.000	1.000	.998	.989	.960	.895	.641	.315	.092	.013	.000	.000
	8	1.000	1.000	1.000	.997	.988	.960	.801	.500	.199	.040	.003	.000
	9	1.000	1.000	1.000	1.000	.997	.987	.908	.685	.359	.105	.011	.000
	10	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.997	.965	.834	.552	.225	.038	.001
	11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.989	.928	.736	.403	.106	.005
	12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.997	.975	.874	.611	.242	.022
	13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.994	.954	.798	.451	.083
	14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.988	.923	.690	.238
	15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.981	.882	.518
	16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.977	.833

Oppgave 5

Oppgave 1 Elektrisk sparkesykkel

Et sykehus som behandler pasienter med bruddskader, ønsker å studere sammenhengen mellom bruk av elektrisk sparkesykkel og bruddskader. De registrerer derfor om hver pasient med bruddskader fikk skaden ved bruk av elektrisk sparkesykkel. I 2018 behandlet sykehuset n pasienter med bruddskader. Anta videre at sannsynligheten for at en tilfeldig valgt pasient med bruddskade hadde vært utsatt for en ulykke ved bruk av elektrisk sparkesykkel er p .

La X være antall pasienter med bruddskader som var involvert i ei ulykke ved bruk av elektrisk sparkesykkel. Da er X binomisk fordelt med n forsøk og konstant suksessannsynlighet p .

- a) Anta bare i dette punktet at $n = 17$ og $p = 0.2$.
- iii) Gitt at minst 4 av pasientene med bruddskader var involvert i en ulykke med elektrisk sparkesykkel, finn sannsynligheten for at minst 6 av pasientene med bruddskader var involvert i en ulykke med elektrisk sparkesykkel.

Betinget sannsynlighet:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Multiplikasjonssetningen:

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$$

Binomisk fordeling

$$P(X \leq x)$$

<i>n</i>	<i>x</i>	<i>p</i>											
		.05	.10	.15	.20	.25	.30	.40	.50	.60	.70	.80	.90
17	0	.418	.167	.063	.023	.008	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.792	.482	.252	.118	.050	.019	.002	.000	.000	.000	.000	.000
	2	.950	.762	.520	.310	.164	.077	.012	.001	.000	.000	.000	.000
	3	.991	.917	.756	.549	.353	.202	.046	.006	.000	.000	.000	.000
	4	.999	.978	.901	.758	.574	.389	.126	.025	.003	.000	.000	.000
	5	1.000	.995	.968	.894	.765	.597	.264	.072	.011	.001	.000	.000
	6	1.000	.999	.992	.962	.893	.775	.448	.166	.035	.003	.000	.000
	7	1.000	1.000	.998	.989	.960	.895	.641	.315	.092	.013	.000	.000
	8	1.000	1.000	1.000	.997	.988	.960	.801	.500	.199	.040	.003	.000
	9	1.000	1.000	1.000	1.000	.997	.987	.908	.685	.359	.105	.011	.000
	10	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.997	.965	.834	.552	.225	.038	.001
	11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.989	.928	.736	.403	.106	.005
	12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.997	.975	.874	.611	.242	.022
	13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.994	.954	.798	.451	.083
	14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.988	.923	.690	.238
	15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.981	.882	.518
	16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.977	.833

Ukas forelesninger er ferdige!

Oppgaver

STACK 4: Hele
INN. 2: Hele



INN.

Frist 18:00

STACK

Frist 18:00



Torsdag & fredag