

Plan for dagens plenumsregning

- ★ Sannsynlighet og venndiagram
- ★ Kombinatorikk — sannsynligheter i kortspill
- ★ Bursdagsproblemet

Sannsynlighet

Definisjon (Sannsynlighet)

Et sannsynlighetsmål, P , på et utfallsrom S er en reell funksjon definert på hendelser i S slik at

1. $0 \leq P(A) \leq 1$
2. $P(S) = 1$
3. dersom $A_1, A_2, \dots$ er parvis disjunkte hendelser, dvs $A_i \cap A_j = \emptyset$ for alle $i \neq j$, så er

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

Da kalles (S, P) for et sannsynlighetsrom.

★ Vi fant at:

- $P(\emptyset) = 0$
- for endelig mange parvis disjunkte hendelser $A_1, A_2, \dots, A_n$ har vi

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$$

- tolkning av sannsynlighet: $P(A)$ er arealet av A i venndiagrammet

Uniform sannsynlighetsmodell

Definisjon (Uniform sannsynlighetsmodell)

Dersom $S = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ og

$$P(\{e_1\}) = P(\{e_2\}) = \dots = P(\{e_m\}) = w$$

har vi en uniform sannsynlighetsmodell.

★ For en uniform sannsynlighetsmodell fant vi at

- for $S = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ og $A = \{e_{i_1}, e_{i_2}, \dots, e_{i_g}\}$ har vi

$$P(A) = \frac{g}{m}$$

- en urnemodell gir opphav til en uniform sannsynlighetsmodell

★ To tolkninger av $P(A)$

- $P(A)$ er arealet av A i venndiagrammet
- $P(A)$ er andelen av gangene A skjer når vi gjentar forsøket uendelig mange ganger

Kombinatorikk

★ Fem telleregler

- Multiplikasjonssetningen

$$n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$$

- Urnemodell: ordnet utvalg, trekker med tilbakelegging

$$n^r$$

- Urnemodell: ordnet utvalg, trekker uten tilbakelegging

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

- Urnemodell: ikke-ordnet utvalg, trekker uten tilbakelegging

$${}_nC_r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$$

- Inndeling i grupper

$$\binom{n}{n_1, n_2, \dots, n_r} = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_r!}$$

- ★ Må typisk kombinere multiplikasjonssetningen med en eller flere av de andre reglene