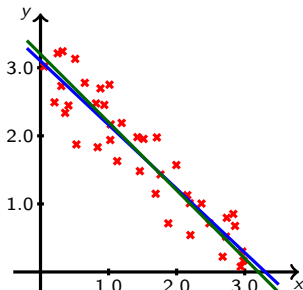


Plan for dagens plenumsregning

- ★ Regne på eksempler/situasjoner som inkluderer
 - regresjonsmodell som er noe forenklet i forhold til vanlig enkel lineær regresjon
 - finne sannsynlighetsmaksimeringsestimatorene
 - bruk av regneregler for forventningsverdi og varians
 - regneregler for summeuttrykk

Enkel lineær regresjon

- ★ Situasjon: Har observasjonspaar $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$



- ★ Ønsker å tilpasse en rett linje til de observerte parene
- ★ Sannsynlighetsmodell: $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$ der $E[\varepsilon_i] = 0$ og $\text{Var}[\varepsilon_i] = \sigma^2$
 - α og β er ukjente parametre, vi ønsker å estimere disse
 - vi betrakter y_i 'er som realisasjoner av stokastiske variabler $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$
 - vi betrakter x_i som tall (altså ikke stokastiske variabler)
- ★ For å bruke sannsynlighetsmaksimeringsprinsippet må vi også anta hvilken sannsynlighetsfordeling ε_i 'ene har
 - anta $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ uavhengige og $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$
- ★ Dermed: $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ er uavhengige og
$$Y_i \sim N(\alpha + \beta x_i, \sigma^2)$$
- ★ Merk: Vi har tre parametre vi trenger å estimere, α , β og σ^2

Regneregler for forventingsverdi og varians

- ★ Basis regneregler for lineære funksjoner

$$E[aX] = aE[X]$$

$$\text{Var}[aX] = a^2 \text{Var}[X]$$

$$E[b] = b$$

$$\text{Var}[b] = 0$$

$$E[X + Y] = E[X] + E[Y]$$

$$\text{Var}[X + Y] = \text{Var}[X] + \text{Var}[Y] + 2\text{Cov}[X, Y]$$

- ★ Regneregler for summer

$$E \left[\sum_{i=1}^n X_i \right] = \sum_{i=1}^n E[X_i]$$

$$\text{Var} \left[\sum_{i=1}^n X_i \right] = \sum_{i=1}^n \text{Var}[X_i] + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{i-1} \text{Cov}[X_i, X_j]$$

- ★ For uavhengige stokastiske variabler $X_1, X_2, \dots, X_n$

$$\text{Var} \left[\sum_{i=1}^n X_i \right] = \sum_{i=1}^n \text{Var}[X_i]$$

- ★ Andre nyttige regneregler

$$\text{Var}[X] = E[X^2] - E[X]^2$$

$$\text{Cov}[X, Y] = E[X \cdot Y] - E[X] \cdot E[Y]$$

- ★ Hvis X og Y er uavhengige stokastiske variabler

$$E[X \cdot Y] = E[X] \cdot E[Y]$$

$$\text{Cov}[X, Y] = 0$$