

Plan for siste undervisningsuke

★ Mandag 7. april:

- repetisjon/oppsummering
- noen råd før og på eksamen
- statistikk er mer enn TMA4245

★ Onsdag 9. april:

- regning av noen gamle eksamensoppgaver

Plan for dagens plenumsregning

- ★ Regne på eksempler/situasjoner som inkluderer
 - en regresjonsmodell som er noe forenklet i forhold til vanlig enkel lineær regresjon
 - konfidensintervall for β
 - konfidensintervall for $E[Y_0|x_0]$
 - prediksjonsintervall for fremtidig observasjon Y_0 med $x = x_0$

Regresjonsmodell regnet på forrige uke

- ★ Anta $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ uavhengige og $Y_i \sim N(\beta x_i, \sigma^2)$
- ★ Vi fant sannsynlighetsmaksimeringsestimatorene for β og σ^2 til å være

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i Y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\beta} x_i)^2$$

- ★ Egenskaper for $\hat{\beta}$

$$E[\hat{\beta}] = \beta, \quad \text{Var}[\hat{\beta}] = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2}, \quad \hat{\beta} \sim N\left(\beta, \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2}\right)$$

- ★ Siden $\hat{\sigma}^2$ var forventningsskjev definerte vi

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\beta} x_i)^2$$

- ★ Egenskaper for S^2

$$E[S^2] = \sigma^2, \quad \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2, \quad \text{og har at } S^2 \text{ og } \hat{\beta} \text{ er uavhengige}$$

Regresjonsmodell regnet på forrige uke

- ★ Anta $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ uavhengige og $Y_i \sim N(\beta x_i, \sigma^2)$
- ★ Vi fant sannsynlighetssmaksimeringsestimatorene for β og σ^2 til å være

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i Y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\beta} x_i)^2$$

- ★ Egenskaper for $\hat{\beta}$

$$E[\hat{\beta}] = \beta, \quad \text{Var}[\hat{\beta}] = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2}, \quad \hat{\beta} \sim N\left(\beta, \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2}\right)$$

- ★ Siden $\hat{\sigma}^2$ var forventningsskjev definerte vi

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\beta} x_i)^2$$

- ★ Egenskaper for S^2

$$E[S^2] = \sigma^2, \quad \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2, \quad \text{og har at } S^2 \text{ og } \hat{\beta} \text{ er uavhengige}$$

Definisjon (t-fordeling)

La Z og V være uavhengige stokastiske variabler, og la $Z \sim N(0, 1)$ og $V \sim \chi_\nu^2$. La så T være en stokastisk variabel definert ved

$$T = \frac{Z}{\sqrt{V/\nu}}.$$

Da sies T å være (Student) t-fordelt med ν frihetsgrader.