

Plan for dagens plenumsregning

- ★ Regne på eksempler/situasjoner som inkluderer
 - regne ut SME i angitt fordeling
 - sjekke om en estimator er forventningsrett
 - regne ut varians til en estimator
 - benytte sentralgrenseteoremet til å argumentere for at en estimator er tilnærmet normalfordelt

Sannsynlighetsmaksimeringsprinsippet og SME

Definisjon (Sannsynlighetsmaksimeringsprinsippet)

Dersom man skal estimere verdien til en parameter θ ut fra observerte verdier $x_1, x_2, \dots, x_n$, skal man velge som estimat den verdi av θ som gjør det mest sannsynlig å observere de verdiene man faktisk har observert.

Definisjon (Rimelighetsfunksjonen)

La $X_1, X_2, \dots, X_n$ være stokastiske variabler med simultan sannsynlighetsfordeling $f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta)$, der θ er en skalar parameter eller en vektor av parametre. Anta at en formel for $f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta)$ er kjent, men at verdien til θ er ukjent. Hvis man har observerte verdier $x_1, x_2, \dots, x_n$ for de stokastiske variablene $X_1, X_2, \dots, X_n$ er rimelighetsfunksjonen gitt som

$$L(\theta; x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta).$$

Definisjon (Log-rimelighetsfunksjonen)

La $L(\theta; x_1, x_2, \dots, x_n)$ være en rimelighetsfunksjon. Log-rimelighetsfunksjonen er da

$$\ell(\theta; x_1, x_2, \dots, x_n) = \ln L(\theta; x_1, x_2, \dots, x_n)$$

for de verdier av θ hvor $L(\theta; x_1, x_2, \dots, x_n) > 0$.

Regneregler for forventingsverdi og varians

- ★ Basis regneregler for lineære funksjoner

$$E[aX] = aE[X]$$

$$\text{Var}[aX] = a^2 \text{Var}[X]$$

$$E[b] = b$$

$$\text{Var}[b] = 0$$

$$E[X + Y] = E[X] + E[Y]$$

$$\text{Var}[X + Y] = \text{Var}[X] + \text{Var}[Y] + 2\text{Cov}[X, Y]$$

- ★ Regneregler for summer

$$E \left[\sum_{i=1}^n X_i \right] = \sum_{i=1}^n E[X_i]$$

$$\text{Var} \left[\sum_{i=1}^n X_i \right] = \sum_{i=1}^n \text{Var}[X_i] + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{i-1} \text{Cov}[X_i, X_j]$$

- ★ For uavhengige stokastiske variabler $X_1, X_2, \dots, X_n$

$$\text{Var} \left[\sum_{i=1}^n X_i \right] = \sum_{i=1}^n \text{Var}[X_i]$$

- ★ Andre nyttige regneregler

$$\text{Var}[X] = E[X^2] - E[X]^2$$

$$\text{Cov}[X, Y] = E[X \cdot Y] - E[X] \cdot E[Y]$$

- ★ Hvis X og Y er uavhengige stokastiske variabler

$$E[X \cdot Y] = E[X] \cdot E[Y]$$

$$\text{Cov}[X, Y] = 0$$