Plan for dagens plenumsregning

- Regne på eksempler/situasjoner som inkluderer
  - tilnærmet konfidensintervall ved hjelp av sentralgrenseteorem
  - SME og konfidensintervall for σ^2 i en en normalfordeling når μ er kjent

Utledning av konfidensintervall

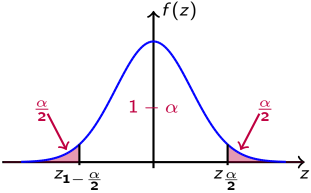
⋆ Prosedyre for å utlede et konfidensintervall for parameter θ basert på $x_1, x_2, \ldots, x_n$

1. Bestemme pivotal, $Z = h(\theta, X_1, X_2, \ldots, X_n)$
   - inneholder ingen ukjente parametre unntatt θ
   - har en kjent fordeling (som ikke avhenger av θ)

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} \sim N(0, 1)$$

2. Finne kvantiler $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ og $z_{\frac{\alpha}{2}}$ slik at

$$P\Big(z_{1-\frac{\alpha}{2}} \leq h(\theta, X_1, X_2, \ldots, X_n) \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\Big) = 1 - \alpha$$



3. Løse hver ulikhet med hensyn på θ

4. Sette ulikhetene sammen igjen med θ i midten

$$P\Big(\widehat{\theta}_L(X_1, X_2, \ldots, X_n) \leq \theta \leq \widehat{\theta}_U(X_1, X_2, \ldots, X_n)\Big) = 1-\alpha$$

5. Konkludere ved å skrive opp $(1 - \alpha) \cdot 100\%$-konfidensintervallet for θ

$$\Big[\widehat{\theta}_L(x_1, x_2, \ldots, x_n), \widehat{\theta}_U(x_1, x_2, \ldots, x_n)\Big]$$

Sentralgrenseteoremet

Teorem (Sentralgranseteoremet)

La $X_1, X_2 \ldots, X_n$ være uavhengige og identisk fordelte variabler med forventningsverdi $E[X_i] = \mu$ og varians $Var[X_i] = \sigma^2$. La

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}},$$

der $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ er gjennomsnittet av X_i-ene. Da vil sannsynlighetsfordelingen til Z konvergere mot en standard normalfordeling når $n \to \infty$.

- ⋆ Hva er den praktiske konsekvensen av teoremet?
- ⋆ Når n er stor (nok) kan vi med god approksimasjon regne som om

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} \sim N(0,1)$$
$$\Updownarrow$$
$$\overline{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$
$$\Updownarrow$$
$$\sum_{i=1}^{n} X_i \sim N(n\mu, n\sigma^2)$$

- ⋆ Mye brukt tommelfingerregel: God approksimasjon hvis $n \geq 30$
- ⋆ Bevis: Bevises ved å finne $M_Z(t)$ og så la $n \to \infty$.