

Plan for dagens undervisning

- ★ Regne på eksempler/situasjoner som inkluderer
 - utledning av konfidensintervall for μ i normalfordeling når også σ^2 er ukjent
 - utlede konfidensintervall når kvantiler kan finnes analytisk

Utleddning av konfidensintervall

★ Prosedyre for å utlede et konfidensintervall for parameter θ basert på $x_1, x_2, \dots, x_n$

1. Bestemme pivotal, $Z = h(\theta, X_1, X_2, \dots, X_n)$
 - inneholder ingen ukjente parametre unntatt θ
 - har en kjent fordeling (som ikke avhenger av θ)

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} \sim N(0, 1)$$

2. Finne kvantiler $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ og $z_{\frac{\alpha}{2}}$ slik at

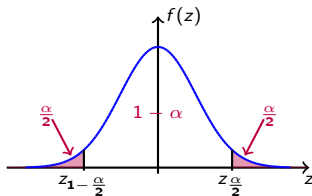
$$P\left(z_{1-\frac{\alpha}{2}} \leq h(\theta, X_1, X_2, \dots, X_n) \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha$$

3. Løse hver ulikhet med hensyn på θ
4. Sette ulikhetene sammen igjen med θ i midten

$$P\left(\hat{\theta}_L(X_1, X_2, \dots, X_n) \leq \theta \leq \hat{\theta}_U(X_1, X_2, \dots, X_n)\right) = 1 - \alpha$$

5. Konkludere ved å skrive opp $(1 - \alpha) \cdot 100\%$ -konfidensintervallet for θ

$$\left[\hat{\theta}_L(x_1, x_2, \dots, x_n), \hat{\theta}_U(x_1, x_2, \dots, x_n)\right]$$



Student t-fordeling

Definisjon (t-fordeling)

La Z og V være uavhengige stokastiske variabler, og la $Z \sim N(0, 1)$ og $V \sim \chi^2_\nu$. La så T være en stokastisk variabel definert ved

$$T = \frac{Z}{\sqrt{V/\nu}}.$$

Da sies T å være (Student) t-fordelt med ν frihetsgrader.

Teorem

La T være t-fordelt med ν frihetsgrader. Da er sannsynlighetstettheten til T gitt som

$$f(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right) \sqrt{\pi\nu}} \left(1 + \frac{t^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}, \quad -\infty < t < \infty.$$

★ Merk: $f(t)$ symmetrisk om null

