TMA4410 Matematikk 2A
Vår 2026

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Flervalgsfasit 9

Flervalgsoppgavene er frivillige, men er pensum og er anbefalt, som en støtte for læring.

Obs: Disse oppgavene kan også formuleres som langsvarsoppgaver. I dette tilfellet må, ved eksamen, alle svar begrunnes. I tillegg, må du ta med så mye mellomregning at fremgangsmåten kommer tydelig fram fra besvarelsen din.

1 **a)** Butcher tablået for metoden er gitt ved

$$\begin{array}{c|cc} 0 & & \\ 1 & 1 & \\ \hline & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}$$

b) Hvis $f(t, y) = f(y)$, da er den globale avbruddsfeilen $\tau(h)$ av orden 2.

c) Hvis $f(t, y) = f(y)$, da er metoden av orden 2.

2 Butcher tablået for metoden er gitt ved

$$\begin{array}{c|ccc} 0 & & & \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & & \\ 1 & -1 & 2 & \\ \hline & \frac{1}{6} & \frac{2}{3} & \frac{1}{6} \end{array}$$

3 Det gitte Butcher tablået beskriver den følgende Runge-Kutta metoden:

$$u_{n+1} = u_n + \frac{h}{3}(2K_1 + 1K_2),$$

der

$$\begin{aligned} K_1 &= f(t_n, u_n), \\ K_2 &= f(t_n + h, u_n + hK_1), \\ K_3 &= f(t_n + \frac{1}{2}h, u_n + \frac{1}{4}h(K_1 + K_2)). \end{aligned}$$

$\boxed{4}$ **a)** Baklengs Euler for det gitte systemet:

$$u_{n+1,1} = u_{n,1} + h(u_{n+1,1} + 2u_{n+1,2}),$$
$$u_{n+1,2} = u_{n,2} + h(3u_{n+1,1} + 4u_{n+1,2}).$$

b) Den tilnærmet verdien for $\mathbf{y}(1.5)$ er gitt ved $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$.

$\boxed{5}$ **a)** Leap-frog metoden for dette systemet:

$$\frac{u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}}{h^2} = v_n - u_n,$$
$$\frac{u_{n+1} - u_{n-1}}{2h} = v_n.$$

b) For gitt u_0 og v_0, gjelder

$$u_{-1} = \frac{1}{2}\left((h^2 - 2h)v_0 + (2 - h^2)u_0\right),$$
$$u_1 = \frac{1}{2}\left((2h + h^2)v_0 + (2 - h^2)u_0\right).$$

c) Den tilnærmet verdien for $(y(2), y'(2))$ er gitt ved $(4, 2)$.