



Flervalgsoppgavene er frivillige, men er pensum og er anbefalt, som en støtte for læring.

Obs: Disse oppgavene kan også formuleres som langsvarsoppgaver. I dette tilfellet må, ved eksamen, alle svar begrunnes. I tillegg, må du ta med så mye mellomregning at fremgangsmåten kommer tydelig fram fra besvarelsen din.

1 La  $V$  være et vektorrom med et indreprodukt  $\langle -, - \rangle : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ . La  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$  og  $\mathbf{w}$  være tre vektorer i  $V$ , der

(i)  $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = 1$

(ii)  $\langle \mathbf{u}, \mathbf{w} \rangle = -1$

(iii)  $\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle = 2$

a) Hva er  $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} + \mathbf{w} \rangle$ ?

(i) 1

(ii) 2

(iii) 0

b) Hva er  $\langle \mathbf{u} + \frac{1}{2}\mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle$ ?

(i) 0

(ii)  $\frac{1}{2}$

(iii)  $-\frac{1}{2}$

c) Hvilke par av vektorer er ortogonale?

(i)  $2\mathbf{u} + \mathbf{v}$  og  $\mathbf{w}$

(ii)  $\mathbf{u}$  og  $-2\mathbf{v} + \mathbf{w}$

(iii)  $\mathbf{u}$  og  $2\mathbf{v} - \mathbf{w}$

2 La  $V$  være et vektorrom med et indreprodukt  $\langle -, - \rangle : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ . La  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$  og  $\mathbf{w}$  være tre vektorer i  $V$ , der

(i)  $\langle \mathbf{u}, \mathbf{u} \rangle = 1$

(ii)  $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = 1$

(iii)  $\langle \mathbf{u}, \mathbf{w} \rangle = -1$

(iv)  $\langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle = 1$

(v)  $\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle = -2$

(vi)  $\langle \mathbf{w}, \mathbf{w} \rangle = 1$

- a) Hva er lengden til  $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ ?  
 (i) 1 (ii) 2 (iii) 3
- b) Hva er lengden til  $-3\mathbf{u}$ ?  
 (i)  $-3$  (ii) 9 (iii) 3
- c) Hva er vinkelen mellom  $\mathbf{u}$  og  $\mathbf{v}$ ?  
 (i) 0 (ii)  $\pi/3$  (iii)  $\pi/2$

3 La  $V$  være et vektorrom med dimension 4 med et indreprodukt  $\langle -, - \rangle : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ , og la  $\mathcal{B} = \{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3, \mathbf{b}_4\} \subset V$ .

- a) Hva betyr det at  $\mathcal{B}$  er en ortonormal mengde?  
 (i)  $\langle \mathbf{b}_i, \mathbf{b}_j \rangle = 0$  for alle  $i$  og  $j$  i  $\{1, 2, 3, 4\}$  og normen/lengden til  $\mathbf{b}_i$  er lik 1 for all  $i$ .  
 (ii)  $\langle \mathbf{b}_i, \mathbf{b}_j \rangle = 0$  for alle  $i$  og  $j$  i  $\{1, 2, 3, 4\}$  med  $i \leq j$  og normen/lengden til  $\mathbf{b}_i$  er lik 1 for all  $i$ .  
 (iii)  $\langle \mathbf{b}_i, \mathbf{b}_j \rangle = 0$  for alle  $i$  og  $j$  i  $\{1, 2, 3, 4\}$  med  $i < j$  og normen/lengden til  $\mathbf{b}_i$  er lik 1 for all  $i$ .
- b) La  $\mathcal{B} = \{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3, \mathbf{b}_4\}$  være en ortonormal mengde i  $V$ . La  $\mathbf{v}$  være i  $V$  med  $[\mathbf{v}]_{\mathcal{B}} = (1, -2, 3, -1)$ . Hva er  $\langle \mathbf{v}, \mathbf{b}_2 \rangle$ ?  
 (i) 1  
 (ii)  $-2$   
 (iii) 3
- c) Normen til  $\mathbf{u} = 2\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2 - 2\mathbf{b}_4$  er lik  
 (i)  $-1$   
 (ii) 3  
 (iii) 9

4 Let  $\mathbb{P}_{\infty}$  være vektorrommet over  $\mathbb{R}$  av alle polynomer med reelle koeffisienter med et indreprodukt gitt ved

$$\langle f(x), g(x) \rangle = \int_{-1}^1 f(x)g(x)dx$$

for to polynomer  $f(x)$  og  $g(x)$ .

- a) Er  $\mathcal{S} = \{1, x, -\frac{1}{3} + x^2\}$  en  
 (i) ortogonal mengde?  
 (ii) ortonormal mengde?  
 (iii) ingen av delene?
- b) Er  $\mathcal{S} = \{\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}x, -\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} + \frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}x^2\}$  en  
 (i) ortogonal mengde?  
 (ii) ortonormal mengde?  
 (iii) ingen av delene?