

Problem 3 Numerical methods for ODEs [10 pts] Consider python code that solves an initial value problem with a Runge-Kutta method and prints the resulting x and y value after N steps:

```
1 def f(x, y):
2     return x * y**2
3
4 def step(x, y, h):
5     k1 = f(x, y)
6     k2 = f(x + h, y + h * k1)
7     y_new = y + (h / 2) * (k1 + k2)
8     x_new=x+h
9     return x_new, y_new
10
11 x = 0
12 y = 0.5
13 h = 0.1
14 N=20
15
16 for n in range(N):
17     x,y=step(x,y,h)
18
19 print(x,y)
```

- a) What is the initial value problem that the code solves?
- b) Write the Butcher tableau for the method used. Is the method explicit or implicit? motivate your answer.

Oppgave 8

- a) Gitt initialverdiproblemet

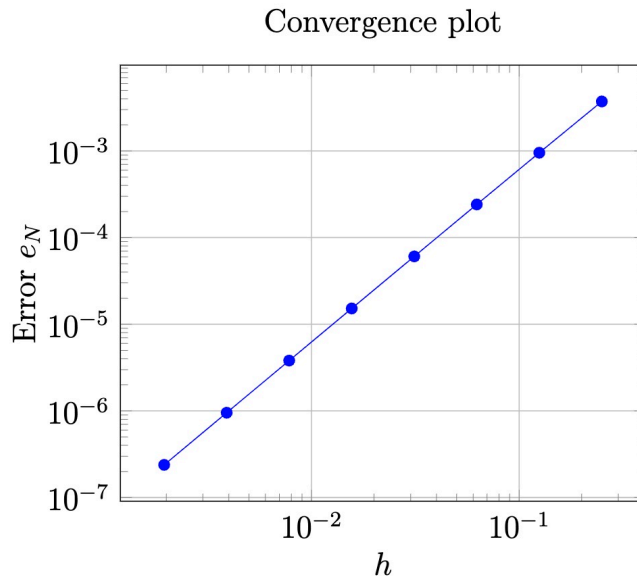
$$y' = \sqrt{y}, \quad y(0) = 1.$$

Skriv ned en *fullstending* algoritme for å finne en tilnærming til $y(2)$ ved bruk av implisitt (baklengs) Eulers metode, med steglengde $h = 2/N$.

Utfør et steg med algoritmen med $h = 0.1$, dvs. finn en tilnærming til $y(0.1)$.

NB! Algoritmen må gjerne skrives i form av kode i f.eks. MATLAB eller Python. Den skal være tilstrekkelig detaljert til at den kan implementeres.

- b) Vi antar nå at ligningen over løses med en ikke oppgitt metode. Feilen $e_N = |y(2) - y_N|$ er målt for ulike skritt lengder $h = 2/N$, og resultatet er presentert i følgende konvergensplott:



Hva mener vi med en metodes orden, og hvordan kan ordenen leses av et konvergensplott som dette?

Hva er denne metodens orden?