Eksamen TMA4115 vår '13

Oppgave 6 *Du trenger ikke å grunngi svarene dine i denne oppgaven*

f) La $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$ være vektorer i $\mathbb{R}^n$, begge ulik null, og la r være en skalar. For hver av de følgende fire påstandene, avgjør om den er sann eller ikke.

1. $\|r\mathbf{v}\| = r\|\mathbf{v}\|$, bortsett fra hvis $r = 0$.
2. Hvis $\mathbf{u}$ and $\mathbf{v}$ er ortogonale, så er $\{\mathbf{u}, \mathbf{v}\}$ lineært uavhengige.
3. Hvis $\|\mathbf{u} + \mathbf{v}\|^2 = \|\mathbf{u}\|^2 + \|\mathbf{v}\|^2$, så er $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$ ortogonale.
4. Hvis $\|\mathbf{u} - \mathbf{v}\|^2 = \|\mathbf{u}\|^2 + \|\mathbf{v}\|^2$, så er $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$ ortogonale.

Eksamen TMA4115 kont '24

Oppgave 10 La $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$. Vis direkte ved bruk av definisjoner at funksjonen

$$\langle \boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \rangle = \boldsymbol{u}^T A \boldsymbol{v}, \qquad \boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in \mathbb{R}^2$$

er et indreprodukt i $\mathbb{R}^2$.

Eksamen TMA4115 vår '22

Oppgave 4 Bestem om funksjonene

$$f_1(x) = 1, \quad f_2(x) = x, \quad f_3(x) = \sin(x),$$

er ortogonale i indreproduktsrommet $\mathcal{C}([-\pi, \pi])$, når indreproduktet er definert ved

$$\langle f, g \rangle = \int_{-\pi}^{\pi} f(x)g(x)dx.$$

Hvis ikke, finn en ortogonal basis for det lineære spennet $\operatorname{span}(f_1, f_2, f_3)$ ved å bruke Gram-Schmidts ortogonaliseringsmetode.