Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

TMA4411 Matematikk 2B
Vår 2026

Flervalgsoppgavene 11

Flervalgsoppgavene er frivillige, men er pensum og er anbefalt, som en støtte for læring.

Obs: Disse oppgavene kan også formuleres som langsvarsoppgaver. I dette tilfellet må, ved eksamen, alle svar begrunnes. I tillegg, må du ta med så mye mellomregning at fremgangsmåten kommer tydelig fram fra besvarelsen din.

$\boxed{1}$ **a)** Hva er $\lim_{(x,y)\to(0,0)} (xy, (1+x)(1+y))$?

(i) $(0, 1)$
(ii) $(0, 0)$
(iii) $(1, 0)$.

b) Hva er $\lim_{(x,y)\to(0,0)} (xy, (x^2 - y^2)/(x^2 + y^2))$?

(i) $(0, 1)$
(ii) Eksisterer ikke
(iii) $(1, 0)$.

c) Hva er $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin xy}{xy}$?

(i) Eksisterer ikke
(ii) 0
(iii) 1.

For en mengde $A \subseteq \mathbb{R}^2$ er indikatorfunksjonen $I_A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definert ved

$$I_A(x, y) = \begin{cases} 1, & (x, y) \in A, \\ 0, & (x, y) \notin A. \end{cases}$$

$\boxed{2}$ Hvilken av de følgende skalarfunksjonene f, g og $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ er ikke kontinuerlig i punktet $(1, 0)$?

(i) $f(x, y) = (x^2 + y^2)$
(ii) $g(x, y) = I_{\{(x,y)|x^2+y^2=1\}}(x, y)$
(iii) $h(x, y) = g(x, y)(1 - x^2 - y^2)$.

$\boxed{3}$ La $f(x, y, z) = x^2yz + xz$.

a) Finn $\nabla f(1, 2, 1)$, gradienten til f i $(1, 2, 1)$.

(i) 9

(ii) $(5, 1, 3)$

(iii) $(5, 1, 4)$

b) Finn $D_{(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})} f((1, 2, 1))$, den retningsderiverte av f i retning $\mathbf{r} = (\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$ ut fra $\mathbf{a} = (1, 2, 1)$.

(i) $3\sqrt{3}$

(ii) $(5, 1, 3)$

(iii) 0

$\boxed{4}$ **a)** Finn maksimalverdien til $f(x, y) = e^{-x^2-y^2}$ på den kompakte mengden

$$A = \{(x, y)|x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

(i) 0

(ii) 1

(iii) $\frac{1}{e}$

b) Finn minimalverdien til $f(x, y) = e^{-x^2-y^2}$ på den kompakte mengden

$$A = \{(x, y)|x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

(i) 0

(ii) 1

(iii) $\frac{1}{e}$

c) Finn maksimalverdien til $g(x, y) = xy(1 - x)(1 - y)$ på den kompakte mengden

$$B = [0, 1]^2 = [0, 1] \times [0, 1].$$

(i) $\frac{1}{4}$

(ii) $\frac{1}{16}$

(iii) 1