



Norges teknisk-naturvitenskapelige
universitet
Institutt for matematiske fag

TMA4411 Matematikk

2B

Vår 2026

Innlevering 4

Innleveringsfrist: fredag 17.04.2026, kl. 16:00.

Du leverer besvarelsen din som **en pdf-fil**. Innleveringer levert i feil format underkjennes.

Obs: Godkjent betyr at man hadde bestått hvis innleveringen utgjorde en eksamen. Som ved eksamen må alle svar begrunnes. I tillegg, må du ta med så mye mellomregning at fremgangsmåten kommer tydelig fram fra besvarelsen din.

1 Betrakt funksjonen $f(x, y) = 2x^2 + 4y^2$, definert for alle punkter $(x, y) \neq (0, 0)$.

a) Avgjør om grenseverdien $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ eksisterer.

b) Beregn den retningsderiverte til f i punktet $(2, 1)$ i retningen $(1, 3)$. I hvilken retning er den retningsderiverte størst i $(2, 1)$?

2 Vis at

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \cos\left(\frac{x^3}{x^2 + y^2}\right) = 1.$$

3 La $f(x, y) = \sin x \sin y$. Grafen til $z = f(x, y)$ for $0 \leq x \leq \pi$, $0 \leq y \leq \pi$ beskriver konturen av et fjell, der z er høyden over havet. Finn de punktene på fjellsiden hvor stigningen er størst.

4 Finnes det et tall c slik at funksjonen

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(2x) - 2x + y}{x^3 + y}, & \text{hvis } (x, y) \neq (0, 0), \\ c, & \text{hvis } (x, y) = (0, 0), \end{cases}$$

er kontinuerlig? Begrunn svaret.

5 Gitt funksjonen

$$f(x, y) = (4x^2 - y^2) e^{-(x^2+y^2)}.$$

- a) Finn alle stasjonære punkter for f , og bestem om disse er lokale maksima, minima eller sadelpunkter.
- b) Finn største og minste verdi for f på området

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| \leq 1, |y| \leq 3\}.$$