

Plenumsregning 2

TMA4411 Matematikk 2B – Uke 5

Oppgave 1

Avgjør om noen av mengdene danner en basis for \mathbb{R}^3 :

$$\text{a) } \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix} \right\}$$

$$\text{b) } \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

$$\text{c) } \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix} \right\}$$

$$\text{d) } \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$$

Oppgave 2

La $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ være vektorrommet bestående av reelle 2×2 -matriser. Vi ser på følgende delmengde av $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$:

$$U = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A^T = -A\}.$$

- a) Vis at U er et underrom av $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.
- b) Finn en basis for U og angi dimensjonen til U .

Oppgave 3

Definer $T : \mathbb{P}_2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ved $T(p) = \begin{bmatrix} p(1) \\ p(0) \end{bmatrix}$.

- a) Vis at T er en lineærtransformasjon.
- b) Finn en basis for $\text{Ker } T$.

Oppgave 4

La $T : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ være lineærtransformasjonen gitt ved

$$T \left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{bmatrix}.$$

Bestem kjernen og rekkevidden til T . Avgjør om T er injektiv og/eller surjektiv.