

Plenumsregning 4

TMA4411 Matematikk 2B – Uke 9

Oppgave 1

Finn en ortogonal basis for underrommet U utspent av vektorene $\{1-x, -1+x^2\}$ i \mathbb{P}_2 med hensyn på indreproduktet

$$\langle f, g \rangle = f(0)g(0) + f(1)g(1) + f(2)g(2).$$

Oppgave 2

La $W \subseteq \mathbb{R}^n$ være et underrom og W^\perp være det ortogonale komplementet til W . La \mathbf{w} være en vektor som ligger både i W og i W^\perp . Vis at dette impliserer $\mathbf{w} = \mathbf{0}$.

Oppgave 3

a) Finn egenverdiene til

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

når det er kjent at $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ og $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ er egenvektorer.

b) Løs deretter initialverdioproblemet $\mathbf{y}' = A\mathbf{y}$, $\mathbf{y}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$.

Oppgave 4

La A være en reelt diagonaliserbar, kvadratisk matrise. Anta at $A^4 = A$. Vis at da må også $A^2 = A$.