

# Plenumsregning 5

## TMA4411 Matematikk 2B – Uke 11

### Oppgave 1

Følgende Python-kode løser et initialverdiproblem ved hjelp av en Runge–Kutta-metode og skriver ut resultatet  $(t, y)$  etter  $N$  steg.

```
1 def f(t,y):
2     return t * y**2
3 def step(t, y, h):
4     k1 = f(t, y)
5     k2 = f(t + h, y + h*k1)
6     y_new = y + (h/2)*(k1 + k2)
7     t_new = t + h
8     return t_new, y_new
9 t = 0
10 y = 0.5
11 h = 0.1
12 N = 20
13 for n in range(N):
14     t, y = step(t, y, h)
15 print(t, y)
```

- Hvilket initialverdiproblem løser koden?
- Skriv ned Butcher-tablået for metoden som brukes. Er metoden eksplisitt eller implisitt? Begrunn svaret.
- Hva skrives ut dersom koden kjøres med  $N = 1$ ?

### Oppgave 2

Følgende Runge–Kutta-metode er oppgitt

$$\begin{aligned}K_1 &= f(t_n, u_n) \\K_2 &= f(t_n + h, u_n + hK_1) \\K_3 &= f\left(t_n + \frac{h}{2}, u_n + \frac{h}{4}K_1 + \frac{h}{4}K_2\right) \\u_{n+1} &= u_n + \frac{h}{6}(K_1 + K_2 + 4K_3).\end{aligned}$$

- Utfør ett steg med denne metoden på likningen  $y' = y^2 + t$  med initialverdien  $y(0) = 1$ . Bruk steglengde  $h = 0.1$ .
- Sett opp metodens Butcher-tablå.

### Oppgave 3

Løsningen til en ordinær differensiallikning  $y' = f(t, y)$  tilnærmes ved hjelp av følgende Runge-Kutta-metode:

$$u_{n+1} = u_n + \frac{h}{2}(K_1 + K_2),$$

der

$$K_1 = f(t_n, u_n)$$

$$K_2 = f(t_n + h, u_n + hK_1).$$

Anta at  $f(t, y) = f(y)$ . Bruk Taylor-utvikling til å vise at metoden har global avbruddsfeil av orden 2.