Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

TMA4422 Matematikk 3C
Vår 2026

Flervalgsfasit 6

Flervalgsoppgavene er frivillige, men er pensum og er anbefalt, som en støtte for læring.

Obs: Disse oppgavene kan også formuleres som langsvarsoppgaver. I dette tilfellet må, ved eksamen, alle svar begrunnes. I tillegg, må du ta med så mye mellomregning at fremgangsmåten kommer tydelig fram fra besvarelsen din.

1

a) Mengden

$$\{1, \frac{\sqrt{3}}{2}x, \frac{3\sqrt{5}}{8}(x^2 - \frac{4}{3}), \frac{5\sqrt{7}}{16}(x^3 - \frac{12}{5}x)\}$$

er konstruert ved hjelp av Gram-Schmidt-prosessen med start vektor 1.

b) Projeksjonen av $\cos(x)$ ned på underrommet V av W er lik

$$0.45465 - 0.44374\frac{3\sqrt{5}}{8}(x^2 - \frac{4}{3})$$

2

a) Rekkevidden til P er V.

b) $\mathsf{Ker}(P) = \{\mathbf{u} \in W \mid \langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = 0 \text{ for all } \mathbf{v} \in V\} = V^{\perp}$.

c) To vektorer $\mathbf{w}_1$ og $\mathbf{w}_2$ i W med $P(\mathbf{w}_1) = P(\mathbf{w}_2)$ har egenskapen at $\mathbf{w}_1 - P(\mathbf{w}_1)$ og $\mathbf{w}_2 - P(\mathbf{w}_2)$ er alltid parallelle.

3

a) For $\mathbf{w} \in W$ er avstanden $\|\mathbf{w} - P(\mathbf{w})\|$ lik det minste mulige av alle $\|\mathbf{w} - \mathbf{v}\|$ for alle $\mathbf{v} \in V$.

b) $P^2 = P \circ P = P$

c) $\mathbf{w} \in W = P(\mathbf{w}) + (\mathbf{w} - P(\mathbf{w}))$, der $P(\mathbf{w}) \in V$ og $(\mathbf{w} - 2P(\mathbf{w})) \in V^{\perp}$

4

a) Projeksjonen av $f(x)$ ned på $\sin(\pi x)$ er lik 0.

b) Projeksjonen av $f(x)$ ned på $\cos(\pi x)$ er lik $\frac{4}{\pi^2}\cos(\pi x)$.

c) Projeksjonen av $f(x)$ ned på U er lik

$$\frac{4}{\pi^2}\cos(\pi x) + \frac{4}{9\pi^2}\cos(3\pi x) + \frac{4}{25\pi^2}\cos(5\pi x) + \frac{4}{49\pi^2}\cos(7\pi x) + \frac{4}{81\pi^2}\cos(9\pi x).$$