Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet Institutt for matematiske fag	TMA4422 Matematikk 3C Vår 2026 **Flervalgsfasit 7**

Flervalgsoppgavene er frivillige, men er pensum og er anbefalt, som en støtte for læring.

Obs: Disse oppgavene kan også formuleres som langsvarsoppgaver. I dette tilfellet må, ved eksamen, alle svar begrunnes. I tillegg, må du ta med så mye mellomregning at fremgangsmåten kommer tydelig fram fra besvarelsen din.

1

a) Det karakteristiske polynomet til A er lik $-(\lambda+4)^2(\lambda-6)$.

b) Ja, siden A er symmetrisk og hver symmetrisk matrise er diagonaliserbar.

c) Dimensjonen til egenrommet til egenverdi $\lambda = -4$ er 2.

d) A er diagonaliserbar og kan skrives som $A = PDP^{-1}$, der

$$D = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

eller

$$D = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

2

a) Det karakteristiske polynomet til A er lik $-(\lambda+4)^2(\lambda-6)$.

b) Nei, jeg må sjekke først hvilken dimensjon egenrommene har.

c) Dimensjonen til egenrommet til egenverdi $\lambda = -4$ er 2.

d) A er diagonaliserbar og kan skrives som $A = PDP^{-1}$, der

$$D = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -4 \end{bmatrix}$$

eller

$$D = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 0 \end{bmatrix}.$$

$\boxed{3}$ **a)** Det karakteristiske polynomet til A er lik $(\lambda - 2)^2$.

b) Dimensjonen til egenrommet til egenverdi $\lambda = 2$ er 1.

c) Nei, siden det bare finnes en lineær uavhengig egenvektor til egenverdien $\lambda = 2$.

$\boxed{4}$ A^4 er lik $\begin{bmatrix} -14 & 30 \\ -15 & 31 \end{bmatrix}$.

$\boxed{5}$ **a)** Den generelle løsningen til det lineære systemet $\mathbf{x}'(t) = D\mathbf{x}(t)$ er gitt ved

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} c_1 e^t \\ c_2 e^{2t} \end{bmatrix}, \qquad \text{der } c_1, c_2 \in \mathbb{R}$$

b) Den generelle løsningen til det lineære systemet $\mathbf{y}'(t) = A\mathbf{y}(t)$ er gitt ved

$$\mathbf{y}(t) = c_1 e^t \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + c_2 e^{2t} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad \text{der } c_1, c_2 \in \mathbb{R}.$$

c) Løsningen til det lineære systemet $\mathbf{y}'(t) = A\mathbf{y}(t)$ med initialkrav $\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ er gitt ved

$$\mathbf{y}(t) = 4e^t \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - 2e^{2t} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

d) Løsningen til differensialligningen

$$z''(t) - 3z'(t) + 2z(t) = 0$$

med initialkrav $z(0) = 2$ og $z'(0) = 0$ kan skrives som det følgende lineære systemet

$$\mathbf{y}'(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{y}(t) \quad \text{med initial krav} \quad \mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$