TMA4422 Matematikk 3C
Vår 2026

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Flervalgsoppgavene 1

Flervalgsoppgavene er frivillige, men er pensum og er anbefalt, som en støtte for læring.

Obs: Disse oppgavene kan også formuleres som langsvarsoppgaver. I dette tilfellet må, ved eksamen, alle svar begrunnes. I tillegg, må du ta med så mye mellomregning at fremgangsmåten kommer tydelig fram fra besvarelsen din.

$\boxed{1}$ La S være mengden $\left\{\begin{pmatrix}1\\3\\-4\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\2\\-3\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\-3\\2\\-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\2\\-2\\1\end{pmatrix}\right\}$ i $\mathbb{R}^4$.

Avgjør hvilke av de følgende påstandene er sanne.

(a) $\begin{pmatrix}-1\\4\\-3\\5\end{pmatrix} \in \operatorname{span} S$. (b) $\begin{pmatrix}1\\-5\\0\\-5\end{pmatrix} \notin \operatorname{span} S$. (c) S er lineært uavhengig.

$\boxed{2}$ Avgjør hvilke av de følgende påstandene er sanne.

a) La $M_2(\mathbb{R})$ være mengden alle 2×2-matriser med reelle elementer.
For matrisene $A = \begin{pmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix}b_{11} & b_{12}\\ b_{21} & b_{22}\end{pmatrix}$ og $r \in \mathbb{R}$, definerer vi operasjonene $A + B$ og rA som

$$A + B = \begin{pmatrix}a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12}\\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22}\end{pmatrix} \qquad \text{og} \qquad rA = \begin{pmatrix}ra_{11} & ra_{12}\\ ra_{21} & ra_{22}\end{pmatrix}.$$

Utstyrt med disse to operasjonene er $M_2(\mathbb{R})$ et vektorrom.

b) La $S = \left\{\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3 & -2\\ -2 & 3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4 & 5\\ 5 & -4\end{pmatrix}\right\} \subseteq M_2(\mathbb{R})$. Avgjør hvilke av de følgende lineære kombinasjoner av elementer i S, dvs. uttrykk på formen

$$r_1 \begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix} + r_2 \begin{pmatrix}3 & -2\\ -2 & 3\end{pmatrix} + r_3 \begin{pmatrix}-4 & 5\\ 5 & -4\end{pmatrix},$$

er lik $\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

(a) $r_1 = 1, r_2 = 2, r_3 = 3$. (b) $r_1 = 2, r_2 = 4, r_3 = -1$. (c) $r_1 = -3, r_2 = 6, r_3 = 3$.

3 La σ_1, σ_2 and σ_3 være Pauli matrisene, dvs.

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Avgjør hvilke av de følgende påstandene er sanne.

a) For $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ gjelder $I \in \operatorname{span}\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$, dvs. I kan skrives som en lineær kombinasjon av σ_1, σ_2 og σ_3 med koeffisienter i $\mathbb{C}$.

b) Mengden $\{I, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\} \subseteq M_2(\mathbb{C})$ er lineært uavhengig.

4 La V være det komplekse vektorrommet bestående av alle funksjoner $f : [0, 1) \to \mathbb{C}$ utstyrt med addisjon og skalarmultiplikasjon som vektorromsoperasjoner.

Avgjør hvilke av de følgende påstandene er sanne.

a) Mengden av funksjoner $\{e^{-2\pi ix}, 1, e^{2\pi ix}\} \subseteq V$ er lineært avhengig.

b) Mengden av funksjoner $\{e^{-2\pi ix}, 0, e^{2\pi ix}\} \subseteq V$ er lineært avhengig.