



Flervalgsoppgavene er frivillige, men er pensum og er anbefalt, som en støtte for læring.

Obs: Disse oppgavene kan også formuleres som langsvarsoppgaver. I dette tilfellet må, ved eksamen, alle svar begrunnes. I tillegg, må du ta med så mye mellomregning at fremgangsmåten kommer tydelig fram fra besvarelsen din.

1 La $x_0 = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = 2$ og anta at $f(x_0) = 0$, $f(x_1) = 1$ og $f(x_2) = 0$.

a) Finn polynomet p_2 av grad 2 som interpolerer f i x_0 , x_1 og x_2 .

(i)

$$p_2(x) = f(x_0)\varphi_0(x) + f(x_1)\varphi_1(x) + f(x_2)\varphi_2(x)$$

der

$$\varphi_k(x) = \prod_{j=0, j \neq k}^2 \frac{x - x_j}{x_k - x_j}.$$

(ii)

$$p_2(x) = x - x(x - 1).$$

b) Anta $f(x) = \sin(\pi/2x)$. Finn en skranke for feilen

$$\max_{x \in [0,2]} |p_2(x) - f(x)|.$$

(i) $\max_{x \in [0,2]} |x(x - 1)(x - 2)| \leq \frac{2}{3\sqrt{3}}$

(ii) $\frac{1}{6} \frac{\pi^3}{8} \max_{x \in [0,2]} |x(x - 1)(x - 2)| \leq \frac{1}{6} \frac{\pi^3}{8} \frac{2}{3\sqrt{3}}$

2 Følgende tabell inneholder data om levealderen av borgerne i to forskjellige områder i Europa:

År	1975	1980	1985	1990
West Europa	72.8	74.2	75.2	76.4
Øst Europa	70.2	70.2	70.3	71.2

Bruk interpolasjonspolynomet av grad 3 for å estimere levealderen i 1977, 1983 og 1988.

	År	1977	1983	1988
(i)	WE	73.4464	74.8096	75.8576
	ØE	70.2328	70.2032	70.6992

	År	1977	1983	1988
(ii)	WE	73.7216	74.6144	75.6224
	ØE	70.2272	70.1888	70.5248

	År	1977	1983	1988
(iii)	WE	73.1408	75.0032	76.1152
	ØE	70.2256	70.2384	70.9224

3 Finn en skranke for interpolasjonsfeilen for

a) $f_1(x) = \cosh(x)$ med $x_k = -1 + 0.5k$, $k = 0, \dots, 4$

(i) 0.0018

(ii) 0.0024

(iii) 0.0211

b) $f_2(x) = \sinh(x)$ med $x_k = -1 + 0.5k$, $k = 0, \dots, 4$

(i) 0.0018

(ii) 0.0024

(iii) 0.0211

c) $f_3(x) = \cos(x) + \sin(x)$ med $x_k = -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi k}{4}$, $k = 0, \dots, 4$

(i) 0.0018

(ii) 0.0024

(iii) 0.0211