



Norges teknisk-naturvitenskapelige
universitet
Institutt for matematiske fag

TMA4422 Matematikk
3C
Vår 2026

Flervalgsoppgavene 11

Flervalgsoppgavene er frivillige, men er pensum og er anbefalt, som en støtte for læring.

Obs: Disse oppgavene kan også formuleres som langsvarsoppgaver. I dette tilfellet må, ved eksamen, alle svar begrunnes. I tillegg, må du ta med så mye mellomregning at fremgangsmåten kommer tydelig fram fra besvarelsen din.

- 1 Bestem p maksimalt slik at midpunkt kvadraturen på et intervall $[a, b]$

$$\int_a^b f(x) dx \approx (b-a)f\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

er eksakt for alle polynomer av grad mindre eller lik p .

- (i) $p = 2$ (ii) $p = 0$ (iii) $p = 1$

- 2 Hvor mange subintervaller må vi bruke for å approksimere

$$\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x} dx$$

med en feil mindre eller lik $\frac{1}{2}10^{-5}$ ved bruk av komposit trapesmetoden. Du kan anta at $\frac{\sin(x)}{x}$ er lik 1 i 0. I tillegg, kan du bruke at $|f''(x)| < \frac{1}{2}$ på $[0, 1]$.¹

- (i) 30 intervaller (ii) minst 92 intervaller (iii) 55 intervaller

- 3 En kvadraturformel på intervallet $[-1, 1]$ bruker nodene $x_0 = -\alpha$ og $x_1 = \alpha$, der $0 < \alpha \leq 1$:

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \approx w_0 f(-\alpha) + w_1 f(\alpha).$$

- a) Finn w_0 og w_1 slik at kvadraturformlen er eksakt når f er et polynom av grad 1.

- (i) $w_0 = 1, w_1 = -1$ (ii) $w_0 = 1, w_1 = 1$ (iii) $w_0 = \frac{1}{2}, w_1 = \frac{1}{2}$

- b) Finn α slik at kvadraturen fra a) er eksakt for alle polynomer av grad mindre eller lik 2.

- (i) $\alpha = 1$ (ii) $\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (iii) $\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

¹Du kan vise dette ved bruk av Taylor rekken for f'' i 0.

c) For kvadraturen fra **b)**, bestem p maksimalt slik at kvadraturformelen er eksakt for alle polynomer av grad mindre eller lik p .

(i) $p = 2$

(ii) $p = 3$

(iii) $p = 4$

4 Bruk Adaptive Simpson Kvadratur for å beregne

$$I(f) = \int_0^1 |x^2 - 0.25| dx$$

med toleranse $TOL = 10^{-2}$ ved å halvere intervallene i hver skritt. Hvor mange subintervaller må du bruke totalt?

(i) 3 intervaller

(ii) 2 intervaller

(iii) 4 intervaller