

Problem 7

We want to numerically evaluate the integral

$$\int_0^1 f(x) dx \quad \text{where} \quad f(x) = \sin(x^2),$$

with the Simpson method such that the approximation error is smaller than 0.001. What is the largest value of the step size h that this accuracy is guaranteed? Use this h to compute a numerical approximation of the above integral by the Simpson method. (Use only 4 decimals in your computations). (Hint: You can use that $\max_{0 \leq x \leq 1} |f^{(4)}(x)| \leq 30$).

Eksamen TMA4135 kont. '11

Oppgave 4 La $y(x)$ være en funksjon, definert på intervallet $0 \leq x \leq 1$. Funksjonen selv er ukjent, men funksjonsverdien er kjent i gitte punkter, oppgitt i tabellen under.

i	0	1	2
x_i	0	1/2	1
$y(x_i)$	1	2/3	1/2

- Finn polynomet $p(x)$ av lavest mulig grad som interpolerer $y(x)$ i punktene gitt i tabellen. Bruk dette til å finne en tilnærming til $y(3/4)$.
- Bruk polynomet $p(x)$ til å finne en tilnærming til integralet $\int_0^1 y(x) dx$. Bruk deretter trapesmetoden til å finne en annen tilnærming til samme integralet.

Den eksakte verdien av integralet er $\ln 2$. Hva blir feilen i de to approksimasjonene, og hvilken er best?

Eksamen TMA4135 kont. '19

Oppgave 7 La $Q[f]$ være en kvadraturregel som beregner en tilnærming til integralet

$$I[f] = \int_a^b f(x) dx.$$

Om denne kvadraturregelen vet vi følgende: Det finnes en $s \in (a, b)$ slik at

$$I[f] - Q[f] = -\frac{(b-a)^5}{6480} f^{(4)}(s).$$

Forklar hva en kvadraturregels presisjonsgrad er, og finn presisjonsgraden til ovennevnte kvadraturregel.

Eksamen TMA4130 høst '23

Problem 1 Interpolation [10 pts]

Find the trigonometric polynomial $t(x)$ of the form

$$t(x) = c_0 + c_1 \cos x + c_2 \sin x + c_3 \cos 2x + c_4 \sin 2x,$$

which interpolates the following values

x_i	$-\pi/2$	$-\pi/4$	0	$\pi/4$	$\pi/2$
y_i	2	$\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	2