Fra eksamen TMA4115 vår '23:

Oppgave 4

La $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$ og $\mathbf{w} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix}$ være vektorer i $\mathbb{R}^3$.

a) Skriv vektoren $\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ -10 \end{bmatrix}$ som en lineærkombinasjon av $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$, og $\mathbf{w}$.

b) Kan man skrive vektoren $\mathbf{q} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$ som en lineærkombinasjon av $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$, og $\mathbf{w}$?

c) Er $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$, $\mathbf{w}$ lineært uavhengig?

d) Hva er determinanten av matrisen $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 6 & -1 \end{bmatrix}$?

Fra eksamen TMA4110 kont '25:

Oppgave 5 La $\mathcal{M}_{2\times 3}$ være vektorrommet bestående av reelle 2×3-matriser og la

$$U = \left\{ \begin{bmatrix} a & b & a \\ c & d & c \end{bmatrix} \;\middle|\; a, b, c, d \in \mathbb{R} \right\}.$$

a) Vis at U er et underrom av $\mathcal{M}_{2\times 3}$.

b) La $T : U \to \mathbb{R}^3$ være lineærtransformasjonen gitt ved

$$T\left(\begin{bmatrix} a & b & a \\ c & d & c \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a+b \\ c \\ d \end{bmatrix}$$

Vis at T er surjektiv, men ikke injektiv.

Fra eksamen TMA4115 vår ‘23:

Oppgave 9 La

$$\mathcal{P}_2(\mathbb{R}) = \left\{ p \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R} \,\middle|\, p(x) = ax^2 + bx + c \text{ for koeffisienter } a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$$

være vektorrommet av reelle polynomer av grad høyst 2.

• Vis at $T \colon \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^3$ definert ved

$$T(p) = \begin{bmatrix} p(0) \\ p'(1) \\ p''(2) \end{bmatrix} \qquad \left(p'(x) = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}(x), \quad p''(x) = \frac{\mathrm{d}^2 p}{\mathrm{d}x^2}(x) \right)$$

er en lineærtransformasjon og • bestem $\ker T$.