OPPFRISKNINGSKURSET!

3 - FUNKSJONER OG GRAFER

$\boxed{1}$ Finn den rette linjen gitt ved

$$y = 19 - 5x$$

sine skjæringspunkter med x-aksen og y-aksen.

$\boxed{2}$ Skisser polynomet

$$p(x) = x^2 + 2x + 2.$$

$\boxed{3}$ Skisser den rasjonale funksjonen

$$p(x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{x^3 + x^2 - 3x - 3}$$

$\boxed{4}$ Skisser funksjonen

$$f(x) = 2\sin(2x + 1).$$

$\boxed{5}$ Skissér grafene for $x \in [0, 2\pi]$.

a) $\sin(\pi x)$

b) $1 + \cos(x + \frac{\pi}{4})$

c) $\sin^2 x$

d) $f(x) = \begin{cases} \cos x \text{ hvis } 0 \leq x \leq \pi \\ \sin x \text{ hvis } \pi < x \leq 2\pi \end{cases}$

e) $2^x \sin(2x)$

$\boxed{6}$ Skissér området i planet som består av alle par (x, y) som tilfredsstiller

$$-(x + 1)^2 + 1 \leq y < x^2 - 4.$$

$\boxed{7}$ En sirkel er tegnet rundt et kvadrat, slik at sirkelbuen berører alle hjørnene. Finn et uttrykk for arealet av sirkelen, uttrykt ved arealet A til kvadratet.

$\boxed{8}$ La $p(x) = x^5((x - 2)^2 + 2x - 5)^8$.

a) Hva er graden til polynomet $p(x)$?

b) Finn alle røttene til $p(x)$.

c) Faktoriser $p(x)$ så mye som mulig (dvs. som et produkt av lineære polynomer og kvadratiske polynomer uten røtter).

$\boxed{9}$ La f være en funksjon. Vi sier at f er en *jevn* funksjon dersom $f(-x) = f(x)$ og at f er en *odde* funksjon dersom $f(-x) = -f(x)$. Hvis f ikke oppfyller noen av disse egenskapene, så er f verken jevn eller odde. Angi om følgende funksjoner er odde, jevne eller ingen av delene.

a) $f(x) = x^2 + 1$

b) $f(x) = \sqrt{2x}$

c) $f(x) = \dfrac{1}{x^3 + x}$

d) $f(x) = x + x^2$

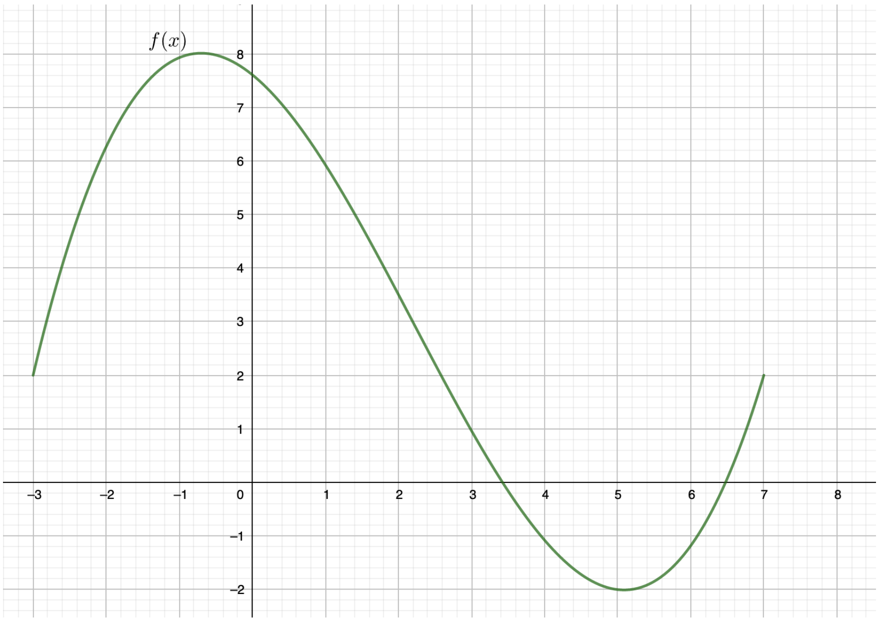
$\boxed{10}$ Finn største mulige definisjonsmengde til funksjonene under. Bestem så verdimengden.

a) $f(x) = \frac{1}{x}$

b) $f(x) = |x|$

c) $f(x) = \sqrt{6 - 3x}$

d) Funksjonen f beskrevet av følgende graf:



$\boxed{11}$ De hyperbolske funksjonene er definert ved

$$\sinh(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) \qquad \text{(sinus hyperbolicus)}$$
$$\cosh(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) \qquad \text{(cosinus hyperbolicus)}$$

Vis at

$$\begin{aligned} \sinh(-x) &= -\sinh(x) \\ \cosh(-x) &= \cosh(x) \\ \cosh^2(x) - \sinh^2(x) &= 1 \\ \frac{d}{dx}\sinh(x) &= \cosh(x) \end{aligned}$$

NØTTER

$\boxed{1}$ Den deriverte, eller stigningstallet, til en funksjon, er definert som

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$

Vis at når $f(x) = x^2$, er $f'(x) = 2x$.

$\boxed{2}$ Vis at når $f(x) = x^n$ og $n > 1$ er et naturlig tall, er $f'(x) = nx^{n-1}$.
(Hint: gang ut $(x+h)^n$ med binomialteoremet:
`https://en.wikipedia.org/wiki/Binomial_theorem`)

$\boxed{3}$ La $f(x) = |x|$. Tegn $f(x)$ og $f'(x)$. Eksisterer $f'(0)$?

$\boxed{4}$ Vis at

$$\frac{d}{dx} \sin x = \cos x.$$

Hint: du må bruke oppgave 4 og 5 fra igår.