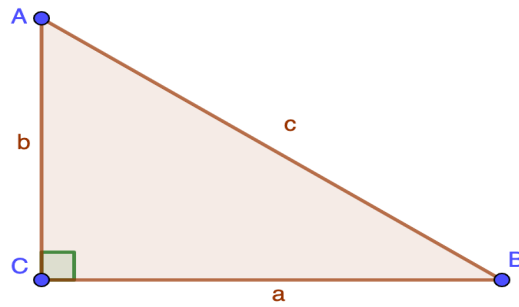


## Øving - Bevisføring og implikasjon

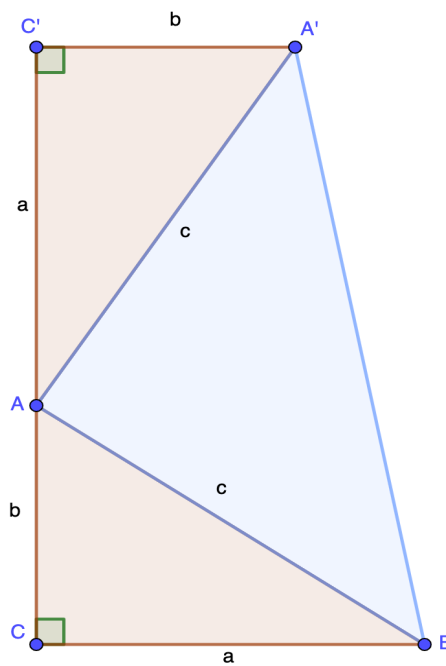
- 1 Bruk implikasjons- og ekvivalenspiler på følgende utsagn.
- (i) Nils Arne bor på Lademoen.
  - (ii) Nils Arne bor i Trondheim.
  - (iii) Nils Arne bor i byen der RBK spiller sine hjemmekamper.
  - (iv) Nils Arne bor i Norge.
- 2 Bruk implikasjons- og ekvivalenspiler på følgende utsagn.
- (i)  $x = 3$
  - (ii)  $x^2 = 9$
  - (iii)  $x = \pm 3$
  - (iv)  $|x| = 3$
  - (v)  $x = -3$
- 3 La  $n$  være et heltall. Vis at dersom  $n^2$  er et oddetall, så må  $n$  være et oddetall (hint: kontrapositivt bevis).
- 4 Vis at  $\sqrt{3}$  ikke er et rasjonalt tall (hint: motsigelsesbevis).
- 5 La  $n$  være et heltall. Vis at dersom  $n^2 - 6n + 5$  er et partall, så må  $n$  være et oddetall (hint: kontrapositivt bevis).
- 6 Vis at det ikke finnes noen heltall  $a, b$  slik at  $a^2 - 4b = 2$  (hint: motsigelsesbevis).
- 7 Bevis følgende utsagn ved induksjon.
- a)  $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$  for alle heltall  $n \geq 1$ .
  - b)  $4^n - 1$  er delelig med 3 for alle heltall  $n \geq 1$ .
- 8 I denne oppgaven skal vi gi et bevis for den pytagoreiske læresetning, som sier at for følgende rett-vinklede trekant, så er summen av kvadratene av katetenes lengder lik kvadratet av hypotenusens lengde, det vil si:

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

## Oppfriskningskurs i matematikk



Vi vil bevise dette resultatet på samme måte som daværende kongressmedlem, og senere president i USA, James A. Garfield gjorde i 1876. Garfield kopierte trekanten og roterte og flyttet litt på den og endte opp med følgende trapes, der linjestykket  $AC'$  er en forlengelse av  $CA$ :



- Her har det dukket opp en ny trekant,  $\triangle ABA'$ . Vis at denne trekanten er rettvinklet (hint: den rette vinkelen er  $\angle A'AB$ ).
- Uttrykk arealet av trapeset på to ulike måter (hint: arealformel for trapes og areal av trekanter).
- Bruk resultatet fra oppgave b) til å vise at  $a^2 + b^2 = c^2$  (hint: hva er sammenhengen mellom de to uttrykkene du fant i oppgave b)?).